

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
SUCEAVA
19 februarie 2017
CLASA a VII-a

1. a) (4p) Dacă $x, y, z \in \mathbb{Q}_+$ și $xy + xz + yz = 2017$, arătați că

$$\sqrt{(x^2 + 2017)(y^2 + 2017)(z^2 + 2017)} \in \mathbb{Q}.$$

b) (3p) Determinați numerele de forma $\overline{ab17}$, scrise în baza 10, $b < a$, știind că numărul

$$n = \sqrt{1, a(b7) + 1, b(7a) + 1, 7(ab)} \in \mathbb{N}.$$

2. a) (4p) Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuația: $x^2y - 5 = 3x + 2y$.

b) (3p) Dacă numerele reale x, y, z îndeplinesc condițiile $x \geq 25, y \geq 36, z \geq 49$, arătați că:

$$5\sqrt{x-25} + 6\sqrt{y-36} + 7\sqrt{z-49} \leq \frac{x+y+z}{2}.$$

3. Pe laturile (AB) și (AC) ale triunghiului oarecare $\triangle ABC$ considerăm punctele E , respectiv D .

Fie F și G două puncte astfel încât $EF \parallel BD$ și $[EF] \equiv [BD]$, respectiv $DG \parallel EC$ și

$[DG] \equiv [EC]$. Să se arate că :

a) (3p) $BCFG$ este paralelogram ;

b) (4p) $ED + BF + CG > 2FC$.

4. Fie patrulaterul convex $ABCD$ cu $P \in (DC)$ astfel încât $AP \parallel BC$ și $BP \parallel AD$.

a) (4p) Dacă $AP \cap BD = \{M\}$ și $BP \cap AC = \{N\}$, arătați că $MN \parallel DC$.

b) (3p) Dacă $T \in (AB)$ astfel încât $NT \parallel AP$, atunci $[MT] \equiv [PN]$.

- Notă:**
- 1. Toate subiectele sunt obligatorii.**
 - 2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.**
 - 3. Timp de lucru 3 ore.**