CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”
ETAPA LOCALĂ
SUCEAVA, 19 FEBRUARIE 2017

Profil tehnic, profil servicii, profil resurse naturale și protecția mediului, profil real-specializarea științele naturii

Clasa a XI-a

1. (7p) Într-un sistem de axe de coordonate xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B\left(4^a, 16^a\right)$, $a \in \mathbb{R}$ și punctele variabile $M\left(2^x, 4^x\right)$, unde $x \in \mathbb{R}$. Să se determine *a*, astfel încât *A*, *B* și *M* să fie puncte coliniare pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

2. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$. Pentru $n \in N^*$ definim matricea $B_n = A^n + A^{n+1} + A^{n+2}$.

a) (3p) Calculați A^n pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

b) (2p) Determinați $a \in \mathbb{R}$ pentru care $\det(B_1) = 0$.

c) (2p) Determinați $a \in \mathbb{R}$ pentru care toate matricele B_n, $n \in \mathbb{N}^*$ au determinantul nenul.

3. (7p) Se consideră funcția $f : \mathbb{N}^* \to \mathbb{R}$, dată prin $f(n) = \lim\limits_{x \to 0} \frac{1}{x} \cdot \ln(1+x)(1+2x) \cdot \ldots \cdot (1+nx)$. Determinați *n* astfel încât $2016 \le f(n) \le 2017$.

4. (7p) Să se determine parametrii reali *a*, *b*, *c* astfel încât $\lim\limits_{x \to \infty} x\left(\sqrt{ax^2 + bx + c} - 2x + 1\right) = 3$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect primește un punctaj de la 0 la 7.

Timp de lucru efectiv 3 ore.