OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
SUCEAVA
19 februarie 2017
CLASA a VI–a

1. a) (4p) Arătați că $P+Q<1009$, dacă $P=\frac{1+2+2^2}{2\cdot 3}+\frac{1+4+4^2}{4\cdot 5}+\frac{1+6+6^2}{6\cdot 7}+....+\frac{1+2016+2016^2}{2016\cdot 2017}$ și $Q=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{3\cdot 4}+\frac{1}{5\cdot 6}+....+\frac{1}{2015\cdot 2016}$.

b) (3p) Determinaţi $a\in\mathbb{N}$, $a>1$ ştiind că $a^{2017}+7$ este divizibil cu $a-1$.

2. (7p) Determinați numerele de forma $\overline{abcd}$, scrise în baza zece, care îndeplinesc simultan condițiile: (i) $\left(\overline{ab},\overline{cd}\right)=1$; (ii) $\left(\overline{ab},\overline{cd}-2\right)=5$; (iii) $\frac{\overline{cd}-2}{\overline{ab}}=0,75$. Prin (m,n) s-a notat cel mai mare divizor comun al numerelor *m* și *n*.

3. Fie triunghiul isoscel *MAC*, cu unghiul *AMC* obtuz. Pe laturile $[MA]$ și $[MC]$ se consideră punctele *V*, respectiv *I* astfel încât $\sphericalangle MAI\equiv\sphericalangle MCV$. Arătați că:

a) (3p) $[VA]\equiv[IC]$;
b) (4p) $[MB$ este bisectoarea unghiului *AMC*, unde $\{B\}=AI\cap CV$.

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.
3. Timp de lucru 2 ore.