CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
“ADOLF HAIMOVICI”
ETAPA LOCALĂ
Suceava, 19 februarie 2017

CLASA a XII-a: profil umanist, specializarea ştiinţe sociale

1. În $M_2(\mathbb{R})$ se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

- **a)** **(3p)** Calculați $A-3B$.
- **b)** **(4p)** Să se determine A^{10}.

2. În $M_2(\mathbb{R})$ se consideră matricele $A(x)=\begin{pmatrix} x & 1 \\ 0 & x \end{pmatrix}$ și $B(y,z)=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ y & z \end{pmatrix}$.

- **a)** **(3p)** Să se determine matricea $C=A(1)+B(1,1)$.
- **b)** **(4p)** Să se determine matricea $A^{30}(1)$.

3. Se dă mulțimea $G=\left\{A_x \,/\, x\in \mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}\right\}$, unde $A_x=\begin{pmatrix} x & 0 & 1-x \\ 0 & 0 & 0 \\ 1-x & 0 & x \end{pmatrix}$.

a) (3p) Să se arate că $A_x\cdot A_y\in G, \forall A_x, A_y\in G$.

b) (4p) Să se arate că există $U\in G$ astfel încât $U\cdot A_x=A_x, \forall A_x\in G$.

4. În $M_2(\mathbb{R})$ se consideră matricele

$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

- **a)** **(3p)** Să se determine $m\in\mathbb{R}$ pentru care $B^2-4B+mI_2=O_2$.
- **b)** **(4p)** Să se rezolve ecuaţia $XA=C$.

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect primeşte un punctaj de la 0 la 7.
Timp de lucru efectiv 3 ore.