CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
“ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ

Suceava, 19 februarie 2017

Clasa a IX-a

profil tehnic, profil servicii şi resurse naturale şi protecţia mediului, profil real-specializarea ştiinţele naturii

1. Fie $a,b>0$ astfel încât $(ab)^{2017}+1=2b^{2017}$.

a) (2p) Arătați că $a^{2017}+\frac{1}{b^{2017}}=2$;

b) (2p) Arătați că $a\le b$;

c) (3p) Arătați că $\left(1+\frac{1}{a^n}\right)\left(1+b^n\right)\ge 4$, $\forall n\in \mathbb{N}^*$.

2. Fie $(a_n)_{n\ge 1}$ un șir de numere reale nenule în progresie aritmeticã .

a) (3p) Arătați că $\frac{1}{(a_n+a_{n+1})\cdot(a_{n+1}+a_{n+2})}=\frac{1}{2r}\cdot\left(\frac{1}{a_n+a_{n+1}}-\frac{1}{a_{n+1}+a_{n+2}}\right),\forall n\in \mathbb{N}^*$;

b) (4p) Arătați că $\frac{1}{(a_1+a_2)\cdot(a_2+a_3)}+\frac{1}{(a_2+a_3)\cdot(a_3+a_4)}+...+\frac{1}{(a_n+a_{n+1})\cdot(a_{n+1}+a_{n+2})}=$

$=\frac{n}{(a_1+a_2)\cdot(a_{n+1}+a_{n+2})},\forall n\ge 1.$

3. Stabiliți, justificând răspunsul, care din următoarele propoziții sunt adevărate .

a) (3p) $5\cdot 2^{3n-2}+3^{3n-1}$ se divide cu $19,\forall n\in \mathbb{N}^*$;

b) (2p) $1+3+5+...+(2n-1)$ este pătrat perfect , $\forall n\in \mathbb{N}^*$;

c) (2p) Un poligon convex cu n laturi are $\frac{n(n-2)}{2}$ diagonale , $\forall n\in \mathbb{N}, n\ge 4$.

4. Fie ΔABC cu G centrul de greutate și N simetricul punctului G față de mijlocul M al lui $[BC]$.

a) (3p) Arătaţi că $\overrightarrow{NG}=\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}$;

b) (4p) Determinați numerele reale a,b,c pentru care $a\overrightarrow{NA}+b\overrightarrow{NB}+c\overrightarrow{NC}=\vec{0}$.

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect primeşte un punctaj de la 0 la 7.
Timp de lucru efectiv 3 ore.