

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
SUCEAVA
19 februarie 2017
CLASA a V-a

1. a) (3p) Arătați că numărul $x = (3^{1+2+3+\dots+42} + 2 \cdot 3^{1+3+5+\dots+59}) : 29$ este cub perfect.
 b) (4p) Arătați că numărul x poate fi scris ca o sumă de patru pătrate perfecte nenule.

2. Se consideră mulțimile $A = \{5n + 4; 5n + 5; 5n + 9 / n \in \mathbb{N}\}$ și $B = \{m^2 + 2017 / m \in \mathbb{N}\}$.
 a) (2p) Stabiliți dacă $2017 \in A$.
 b) (5p) Calculați $A \cap B$.

3. a) (3p) Arătați că $\underbrace{\overline{abab\dots ab}}_{2016 \text{ litere}} + \underbrace{\overline{baba\dots ba}}_{2016 \text{ litere}} = \underbrace{\overline{aa\dots a}}_{\text{de } 2016 \text{ ori}} + \underbrace{\overline{bb\dots b}}_{\text{de } 2016 \text{ ori}}$.
 b) (4p) Demonstrați că $37 / \left(\underbrace{\overline{abab\dots ab}}_{2016 \text{ litere}} + \underbrace{\overline{baba\dots ba}}_{2016 \text{ litere}} \right)$.

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.
 2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.
 3. Timp de lucru 2 ore.