**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**
**ETAPA LOCALĂ**
**21 IANUARIE 2017**

**CLASA a VIII-a**

**Subiectul 1.** Fie $n \in \mathbb{N}$ şi $a,b \in (0,+\infty)$ astfel încât $a+b=n$. Demonstrați că:

$$\sqrt{a^2+4\cdot n\cdot b}+\sqrt{b^2+4\cdot n\cdot a}=3\cdot n.$$

**Subiectul 2.** Fie $a,b,c$ numere reale nenule care verifică relațiile:

$$a+2b+3c=3 \text{ și } 2ab+6bc+3ac=3$$

Arătați că $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ este un numar natural.

**Subiectul 3.** Fie $ABCD$ un dreptunghi cu $AB \neq AD$ și $M$ un punct exterior planului $(ABC)$ astfel încât $MA \perp (ABC)$. Construim $DP \perp MC$, $P \in (MC)$ și $BQ \perp MC$, $Q \in (MC)$. Arătați că: $AB\cdot BQ\cdot MD = AD\cdot DP\cdot MB$

**Subiectul 4.** Fie piramida VABC în care baza ABC este un triunghi echilateral de latura egală cu $a$. Construim înălțimea piramidei, VO, de lungime egală cu $h$, cu O $\in$ (ABC). Fie OM $\perp$ AB, M$\in$ (AB), ON $\perp$ BC, N$\in$ (BC), OP $\perp$ AC, P$\in$ (AC). Din O construim OE $\perp$ VM, E$\in$(VM), OF $\perp$ VN , F$\in$(VN), și OG $\perp$ VP, G$\in$(VP).

Arătați că: $OE+OF+OG \leq \frac{\sqrt{3\sqrt{3}ah}}{2}$

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii**
**Timp de lucru: 3 ore**

Inspectoratul Școlar Județean Neamț
Piatra Neamț, jud. Neamț, str. Lt. Drăghiescu, Nr.4A
tel. 0233/214860, fax 0233/215807, e-mail: isj_neamt@yahoo.com