

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ**  
**21 IANUARIE 2017**  
**CLASA a V-a**  
**Bareme**

**Subiectul 1.**

<b>a.</b>	Există patru cifre pătrate perfecte: 0, 1, 4, 9	<b>1p</b>
	$a$ poate lua trei valori (1, 4 sau 9) $b$ poate lua trei valori (din cele 4 cifre, una a fost folosită deja) $c$ poate lua două valori (din cele 4 cifre, două au fost folosite)	<b>1p</b>
	$3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ numere de trei cifre distincte au cifrele pătrate perfecte	<b>1p</b>
	Obs. Dacă sunt scrise numerele și apoi numărate (18) se acordă punctaj maxim ( <b>3p</b> ) Pentru un număr parțial de numere scrise se acordă <b>1p</b>	
<b>b.</b>	$n = 10^{2017} - 2017 \Leftrightarrow n = 100\dots 0 - 2017$ (2017 zerouri)	<b>1p</b>
	$n = 999\dots 97983$ (2013 cifre de 9 până la 7)	<b>2p</b>
	Suma cifrelor va fi: $2013 \cdot 9 + 7 + 9 + 8 + 3 = 18144$	<b>1p</b>

**Subiectul 2.**

<b>a.</b>	$n = 100 \cdot a + 10 \cdot b + c, m = 100 \cdot x + 10 \cdot y + z \Rightarrow$ $n + m = 100 \cdot (a + x) + 10 \cdot (b + y) + c + z = 100 \cdot 11 + 10 \cdot 11 + 1 = 1221$	<b>3p</b>
<b>b.</b>	Împărțind $n$ la $m$ obținem câtul 4 și restul 1 $\Rightarrow$ $n = 4 \cdot m + 1$ înlocuit în $n + m = 1221$ devine	<b>1p</b>
	$4 \cdot m + 1 + m = 1221 \Leftrightarrow 5 \cdot m = 1220 \Leftrightarrow m = 244$	<b>2p</b>
	$n = 4 \cdot 244 + 1 \Leftrightarrow n = 977$	<b>1p</b>
	<b>Verificare:</b> $977 + 244 = 1221$	

**Subiectul 3.**

	$\overline{abcd} + \overline{abc} + \overline{ab} + a = 2240 \Leftrightarrow$ $(1000 \cdot a + 100 \cdot b + 10 \cdot c + d) + (100 \cdot a + 10 \cdot b + c) + (10 \cdot a + b) + a = 2240 \Leftrightarrow$ $1111 \cdot a + 111 \cdot b + 11 \cdot c + d = 2240$	<b>3p</b>
	Pentru $a = 2 \Rightarrow 111 \cdot b + 11 \cdot c + d = 2240 - 2222 = 18 \Rightarrow b = 0, c = 1, d = 7$ Numărul care se obține este $\overline{abcd} = 2017$	<b>3p</b>
	Pentru $a = 1 \Rightarrow 111 \cdot b + 11 \cdot c + d = 1129$ Dar $111 \cdot b \leq 999, 11 \cdot c \leq 99, d \leq 9 \Rightarrow 111 \cdot b + 11 \cdot c + d \leq 1107 < 1129$ , ( $a=1$ nu este soluție)	<b>1p</b>

**Subiectul 4.**

	Vom reprezenta vârstele persoanelor în modul următor: vârsta fiicei în prezent $\text{——— }$ vârsta fiicei peste 3 ani $\text{——— ——— }$ vârsta mamei peste 3 ani $\begin{array}{cccccc} 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \end{array}$ $\text{——— ——— ——— ——— ——— ——— }$ vârsta mamei în prezent $\begin{array}{ccccc} 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \end{array}$ $\text{——— ——— ——— ——— ——— }$	<b>3p</b>
	Vârsta mamei în prezent este reprezentată prin 6 segmente și încă 15 ani, deci vârsta bunicii peste 2 ani va fi dublu, adică va fi formată din 12 segmente și încă 30 ani, ceea ce înseamnă că în prezent vârsta bunicii este formată din 12 segmente și încă 27 ani.	<b>1p</b>
	Suma vârstelor în prezent este formată din $1 + 6 + 12 = 19$ segmente și încă $15 + 27 = 42$ ani. $(118 - 42) : 19 = 4$ ; un segment reprezintă 4 ani.	<b>2p</b>
	Fiica are 4 ani, mama are $6 \cdot 4 + 15 = 39$ ani, iar bunica are $12 \cdot 4 + 27 = 75$ ani, în prezent.	<b>1p</b>
	<b>Verificare:</b> În prezent fiica are 4 ani, mama are 39 ani și bunica 75 ani, în total 118 ani. Peste 3 ani fiica are 7 ani, mama 42 ani ( $6 \cdot 7$ ) și bunica 78 ani ( $39 \cdot 2$ ).	