

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
21 IANUARIE 2017
CLASA a VI-a
Bareme

Subiectul 1.

a.	$A = 72^n \cdot 72 + 3^{2n} \cdot 3 \cdot 2^{3n} \cdot 2^2 + 3^{2n} \cdot 2^{3n} \cdot 6 \Leftrightarrow$ $A = 72^n \cdot 72 + 9^n \cdot 8^n \cdot 12 + 72^n \cdot 6 \Leftrightarrow$ $A = 72^n \cdot (72 + 12 + 6) \Leftrightarrow A = 72^n \cdot 90 \Rightarrow A : 45$	3p
b.	Fie n numărul de zerouri al numărului $\overline{a00\dots 0b}$ $B = (a \cdot 10^{n+1} + b) - (a \cdot 10 + b) \Leftrightarrow B = a \cdot 10 \cdot (10^n - 1)$	2p
	Pentru $n = 0 \Rightarrow B = 0 \Rightarrow B : 45$	1p
	Pentru $n \geq 1 \Rightarrow B = a \cdot 10 \cdot 99\dots 9 \Rightarrow B : 5, B : 9, (5, 9) = 1 \Rightarrow B : 45$	1p

Subiectul 2.

	$n = 100 \cdot a + 10 \cdot b + c, m = 100 \cdot x + 10 \cdot y + z \Rightarrow$ $n + m = 100 \cdot (a + x) + 10 \cdot (b + y) + c + z = 100 \cdot 11 + 10 \cdot 11 + 1 = 1221$	2p
	împărțind n la m obținem un cât k și restul 1 \Rightarrow $n = k \cdot m + 1$ înlocuit în $n + m = 1221$ devine	2p
	$k \cdot m + 1 + m = 1221 \Leftrightarrow m \cdot (k + 1) = 1220 \Leftrightarrow 1220 : m$	1p
	Cum m are 3 cifre $\Rightarrow m \in \{122, 244, 305, 610\}$	1p
	Cifrele celor 2 numere nu pot fi 0 sau 1 $\Rightarrow m = 244, n = 977$	1p

Subiectul 3.

	Notăm cu a și b măsurile celor două unghiuri: $\frac{180^\circ - (a + b)}{(180^\circ - a) + (180^\circ - b)} = \frac{1}{4}$	3p
	$\Leftrightarrow 720^\circ - 4(a + b) = 360^\circ - (a + b) \Leftrightarrow 360^\circ = 3(a + b) \Leftrightarrow a + b = 120^\circ$	2p
	Măsura unghiului format de bisectoarele celor două este $\frac{a + b}{2} = 60^\circ$	2p

Subiectul 4.

a.	$90^\circ < m(\sphericalangle BOX) < 180^\circ \Leftrightarrow 90^\circ < 2 \cdot m(\sphericalangle AOY) < 180^\circ \Leftrightarrow$ $45^\circ < m(\sphericalangle AOY) < 90^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle AOX) > 90^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle AOX) > m(\sphericalangle AOY)$	2p
b.	Dacă semidreptele $[OA$ și $[OB$ coincid, atunci $m(\sphericalangle BOX) + m(\sphericalangle AOY) = 180^\circ \Leftrightarrow 3 \cdot m(\sphericalangle AOY) = 180^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle AOY) = 60^\circ$	2p
c.	Dacă $[OB$ este bisectoarea $\sphericalangle AOY \Rightarrow m(\sphericalangle BOY) = \frac{m(\sphericalangle AOY)}{2}$	1p
	$m(\sphericalangle BOX) + m(\sphericalangle BOY) = 180^\circ \Leftrightarrow 2 \cdot m(\sphericalangle AOY) + \frac{m(\sphericalangle AOY)}{2} = 180^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle AOY) = 72^\circ$	2p