



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală - 17 februarie 2017

Clasa a VIII-a

1. a) Demonstrați că $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$;
b) Dacă $x = 2 + \sqrt{3}$ și $y = 2 - \sqrt{3}$ calculați $x^3 + y^3$.

Supliment Gazeta Matematica – nr. 12/2016

2. Fie $a, b, c \in (0, \infty)$ cu $a + b + c = 1$. Demonstrați că:

- a) $\frac{(1+a)^2}{1+c} \geq 3a + b$;
b) $(1+a)(1+b)(1+c) \geq (3a+b)(3b+c)(3c+a)$.

3. Se considera fracția $F = \frac{7^{2n} + 7^{n+1} + 10}{6 \cdot 7^n + 12}$. Arătați că $F = \frac{7^n + 5}{6}$ și că F este număr natural.

Gazeta Matematică – nr.12/2016

4. Fie cubul $ABCD A'B'C'D'$ în care notăm cu Q centrul pătratului $BCC'B'$. Notăm cu P mijlocul lui $[AB]$ și cu M piciorul perpendicularei dusă din D pe CP . Demonstrați că $QM \perp PC$.

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore din momentul primirii subiectului.