

Olimpiada de matematică
Faza Zonală - 17 februarie 2017

Clasa a VIII-a - barem

1. a) Demonstrează identitatea 3p
b) $x + y = 4, xy = 1$ deci $x^3 + y^3 = 64 - 3 \cdot 4 = 52$ 4p
2. a) $\frac{(1+a)^2}{1+c} \geq 3a+b \Leftrightarrow (2a+b+c)^2 \geq (a+b+2c)(3a+b) \Leftrightarrow (a-c)^2 \geq 0$ 4p
b) În conformitate cu a) avem $\frac{(1+a)^2}{1+c} \geq 3a+b, \frac{(1+b)^2}{1+a} \geq 3b+c$ și $\frac{(1+c)^2}{1+b} \geq 3c+a$ 3p
Înmulțind relațiile precedente membru cu membru, obținem concluzia.
3. 3p
Notăm $7^n = x \Rightarrow F = \frac{x^2 + 7x + 10}{6x + 12} = \frac{x+5}{6}$ 4p
 $F = \frac{7^n + 5}{6} = \frac{(6+1)^n + 5}{6} = \frac{M_6 + 1 + 5}{6} \in \mathbb{N}$
4. Figura 1p
Fie F punctul în care DM intersectează pe BC , $\Rightarrow F$ mijlocul segmentului $[BC]$ și din T.3 \perp deducem 6p
 $QM \perp PC$

NOTĂ

- Orice soluție corectă se punctează corespunzător.