Concursul de matematică aplicată "Adolf Haimovici"
profil uman
Faza locală - 17 februarie 2017

Clasa a X-a - barem de corectare, clasa a X-a

1.a)	$\sqrt{4+2\sqrt{3}}=1+\sqrt{3}\in A$ pentru $a=1,\ b=1$ $\left\{\sqrt{3}\right\}=-1+\sqrt{3}\in A$ pentru $a=-1,\ b=1$.	1p 1p
1.b)	Arată prin inducție matematică că, dacă $x\in A\Rightarrow x^n\in A,\ n\in\mathbb{N}$ Pentru $x=-1+\sqrt{3}\in A\Rightarrow[x]=\left[-1+\sqrt{3}\right]=0\Rightarrow\left\{x,x^2,...,x^{2017}\right\}\subset A$	2p 1p
1.c)	Se ridică la cub și se obține $x^3+3x-14=0$ Soluția reală a ecuației este $x=2\in\mathbb{Q}$	1p 1p
2.a)	$\log_8 75=\dfrac{\log_2 75}{\log_2 8}=\dfrac{\log_2 5^2+\log_2 3}{\log_2 2^3}=\dfrac{a+2b}{3}$.	2p
2.b)	$\lg(a+2b)-2\lg 2=\lg(a+2b)-\lg 4=\lg\dfrac{a+2b}{4}$ $\dfrac{1}{2}(\lg a+\lg b)=\lg\sqrt{ab}$ Se obține $\lg\dfrac{a+2b}{4}=\lg\sqrt{ab}\Leftrightarrow\dfrac{a+2b}{4}=\sqrt{ab}\Leftrightarrow(a+2b)^2=16ab\Leftrightarrow a^2+4b^2=12ab$	1p 1p 3p
3.	Se impun condițiile $\begin{cases}x-5\geq 0\\2x-3\geq 0\end{cases}\Rightarrow x\in[5,\infty)$ $\sqrt{x-1+4\sqrt{x-5}}=\sqrt{\left(\sqrt{x-5}+2\right)^2}=\left\|\sqrt{x-5}+2\right\|=\sqrt{x-5}+2$ $\sqrt{2x+1-4\sqrt{2x-3}}=\sqrt{\left(\sqrt{2x-3}-2\right)^2}=\left\|\sqrt{2x-3}-2\right\|$ Se obține $\sqrt{x-5}+2+\left\|\sqrt{2x-3}-2\right\|=4$ Se obține soluția $x=6$.	1p 2p 2p 2p
4.	Se notează numărul de ani cu n și $P(n)$ populația după n ani. $P(n)=\left(1-\dfrac{20}{100}\right)^n\cdot P(0)$ $P(5)=\left(1-\dfrac{20}{100}\right)^5\cdot P(0)=\left(\dfrac{4}{5}\right)^5\cdot 60.000$ Se obține numărul aproximativ al locutorilor localității după 5 ani: 19.660	3p 2p 2p

NOTĂ: Orice soluţie corectă se punctează corespunzător.