Concursul de matematică aplicată "Adolf Haimovici"
profil real-ştiinţe ale naturii, servicii, tehnologic
Etapa locală - 17 februarie 2017

Clasa a X-a

1. a) Arătați că există și sunt unice numerele $a,b\in\mathbb{Q}$ astfel încât $\sqrt[3]{11\sqrt{5}-17\sqrt{2}}=a\sqrt{2}+b\sqrt{5}$.

b) Determinați $n\in\mathbb{N}$ astfel încât $\sqrt[n]{11\sqrt{5}+17\sqrt{2}}+\sqrt[n]{11\sqrt{5}-17\sqrt{2}}=\sqrt{20}$.

2. a) Fie $a,b\in(0,+\infty)\setminus\{1\}$, $a\neq b$, astfel încât a,b,c sunt în progresie geometrică.

Demonstrați că $\dfrac{\log_a x-\log_b x}{\log_a x}=\dfrac{\log_b x-\log_c x}{\log_c x}$.

b) Pentru $a,b,c\in(1,\infty)$ demonstrați inegalitatea $\log_a^3 bc+\log_b^3 ac+\log_c^3 ab\geq 24$.

3. a) Simplificați fracția: $f=\dfrac{x^2+4}{x^2-ix+2}$.

b) Fie $z_k\in\mathbb{C}, |z_k|=1, k=\overline{1,n}$. Să se arate că $Z=\dfrac{(z_1+z_2)(z_2+z_3)\cdot\ldots\cdot(z_n+z_1)}{z_1z_2z_3\ldots z_n}\in\mathbb{R}$.

4. Rezolvați inecuația în mulțimea numerelor reale inecuația $\sqrt{\left(3+2\sqrt{2}\right)^x}+\sqrt{\left(3-2\sqrt{2}\right)^x}\leq 34$.

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore din momentul primirii subiectului.

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA, jud. HUNEDOARA
Tel: +4 (0) 254213315, +4 (0) 254215755
Fax: +4 (0) 254215034, +4 (0) 254220911
inspectorat@isj.hd.edu.ro, http://isj.hd.edu.ro