



Concursul de matematică aplicată “Adolf Haimovici”  
profil uman  
Etapa locală - 17 februarie 2017

**Clasa a XII-a**

1. Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$ .

a) Arătați că  $A^3 - A = A^2 - I_3$ .

b) Demonstrați că  $A^n - A^{n-2} = A^2 - I_3, (\forall)n \in \mathbb{N}, n \geq 3$ .

c) Calculați  $A^{100}$ .

2. Fie mulțimea  $G = \left\{ A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & e^a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, a \in \mathbb{R} \right\}$ .

a) Arătați că  $(\forall) A(a), A(b) \in G \Rightarrow A(a) \cdot A(b) \in G, a, b \in \mathbb{R}$ .

b) Calculați  $A(1) \cdot A(2) \cdot \dots \cdot A(2017)$ .

3. a) Calculați determinantul  $\Delta = \begin{vmatrix} 45678 & 45688 \\ 12345 & 12355 \end{vmatrix}$ .

b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\begin{vmatrix} x-9 & x & x \\ x & x-9 & x \\ x & x & x-9 \end{vmatrix} = 0$ .

4. Fie matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$ .

a) Calculați  $(A - {}^t A)^{2017}$ .

b) Rezolvați ecuația  $X^3 = A, X \in M_2(\mathbb{R})$ .

**NOTĂ**

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore din momentul primirii subiectului.