



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală - 17 februarie 2017

Clasa a VI-a

1. Demonstrați că $\frac{49^n + 24 \cdot 7^n + 143}{2 \cdot 7^n + 26} \in \mathbb{N}$, pentru orice număr natural n .
2. Determinați numerele naturale a și b cu proprietatea că
$$[a, b]^2 - 792 \cdot (a, b)^2 = 2017$$
unde $[a, b]$ reprezintă cel mai mic multiplu comun și (a, b) reprezintă cel mai mare divizor comun al numerelor a și b .
3. Pe o dreaptă se consideră în ordine punctele $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{100}$ astfel încât $A_1A_2 = 4cm$,
$$A_2A_3 = 8cm, A_3A_4 = 12cm, \dots$$
 - a) Ce lungime are segmentul $[A_1A_{100}]$?
 - b) Determinați numărul $i \in \mathbb{N}^*$, știind că $M \in [A_iA_{i+1}]$, unde M este mijlocul segmentului $[A_1A_{100}]$.
4. Fie ABC un triunghi isoscel cu $[AB] \equiv [AC]$ și CD bisectoarea exterioară a unghiului C ($D \in AB$).
 - a) Arătați că triunghiul DEC este dreptunghic, unde CE este bisectoarea interioară a unghiului BCA , iar $E \in (AB)$.
 - b) Aflați măsurile unghiurilor interioare triunghiului ABC știind că $m(\widehat{BDC}) = 33^\circ$.

Prelucrare Gazeta Matematica nr.4/2016

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore din momentul primirii subiectului.