



## Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală - 17 februarie 2017

### Clasa a VII-a

1. Se dă proporția  $\frac{x-3}{y} = \frac{x}{y+4}$  cu  $x > 3$  și  $y > 0$ . Arătați că  $\frac{x}{y} > \sqrt{3} - 1$ .

*Prelucrare Supliment Gazeta Matematică – nr. 11/2016*

2. Fie paralelogramul  $ABCD$ ,  $M$  mijlocul laturii  $[BC]$  și  $\{G\} = AM \cap BD$ .
- Arătați că  $AG = 2 \cdot GM$ .
  - Fie  $E$  și  $F$  simetricele punctului  $G$  față de punctul  $M$ , respectiv față de dreapta  $BC$ . Arătați că  $BCEF$  este trapez isoscel.
3. Fie numerele întregi  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{40}$  astfel încât  $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_{40} = 1$  și suma  $S = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{40}$ .
- Arătați că  $S : 2$ .
  - Arătați că  $S : 4$ .
  - Aflați valoarea minimă a expresiei  $E = a_1 a_2 a_3 + a_2 a_3 a_4 + \dots + a_{38} a_{39} a_{40} + a_{39} a_{40} a_1 + a_{40} a_1 a_2$
4. Fie  $\triangle ABC$  cu  $AB = BC = 10$  cm și  $m(\angle ABC) = 90^\circ$ . Se consideră punctul  $G$  în interiorul triunghiului  $ABC$  astfel încât  $m(\angle GAB) = m(\angle GCB) < 22^\circ$ .
- Arătați că  $[BG]$  este bisectoarea unghiului  $ABC$ .
  - Fie  $H \in (GC)$  astfel încât  $[AG]$  este bisectoarea unghiului  $BAH$ . Arătați că, dacă  $[AH] \equiv [AB]$  atunci  $m(\angle GAB) = 15^\circ$ .
  - Arătați că, dacă  $m(\angle GAB) = 15^\circ$  atunci  $[AH] \equiv [AB]$ .

### NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore din momentul primirii subiectului.