



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 26. 02. 2017

Clasa a- VII -a

Problema 1

Să se determine cifrele a și b (din baza 10) știind că numărul rațional $r = \overline{a, 1(b)} + \overline{b, 2(a)}$ se poate scrie sub formă de fracție zecimală finită.

Problema 2

a) Arătați că: $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2017^2} < \frac{2016}{2017}$.

b) Arătați că oricare ar fi numărul real x are loc inegalitatea:

$$|x - 1^2| + |x - 2^2| + |x - 3^2| + \dots + |x - 2017^2| \geq |x - 2017 \cdot 1009|.$$

Problema 3

Fie paralelogramul ABCD, în care $AB > BC$ și punctul $M \in (AB)$ astfel încât $MB = BC$. O dreaptă care trece prin punctul D intersectează pe (MB) în punctul N și pe (MC) în punctul P, $BP \cap (AD) = \{R\}$, $DP \cap CB = \{S\}$. Să se demonstreze că:

a) $\frac{DC}{CS} = \frac{DR}{BS}$;

b) $AR = MN$.

Problema 4

4. Fie A, B, C trei puncte necoliniare. Dacă D este mijlocul lui [BC], M este mijlocul lui [AD], E este simetricul lui B față de M și N aparține segmentului [BM] astfel încât:

$$m(\sphericalangle ANC) = m(\sphericalangle DNM) = 90^\circ. \text{ Să se demonstreze că:}$$

a) ABDE paralelogram;

b) AECD este dreptunghi.

¹Timpul efectiv de lucru este de 3 ore;

²Toate problemele sunt obligatorii;

³Fiecare problemă se notează de la 0 la 7.