



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 26. 02. 2017

Clasa a- VIII- a

Problema 1

a) Dacă $x=2\sqrt{7}-3\sqrt{3}$ și $y=|-2\sqrt{7}-3\sqrt{3}|$, Calculați x^2+y^2 .

b) Calculați : $(\sqrt{3}+2)^{-1} + \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$.

c) Arătați ca nu există pătrat perfect de forma $4m+3$, oricare ar fi m număr natural.

Problema 2

Pentru orice număr natural $n \geq 2$ notăm

$$S_n = \frac{1}{n^2+1} + \frac{1}{n^2+2} + \frac{1}{n^2+3} + \dots + \frac{1}{n^2+n}$$

a) Arătați ca : $\frac{1}{n+1} < S_n < \frac{1}{n}$, pentru orice $n \geq 2$

b) Calculați partea întreagă a numărului: $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{S_{20}} + \frac{1}{S_{16}} \right)$.

Problema 3

Pătratul ABCD și dreptunghiul AEFD sunt în plane diferite cu $DE \perp AB$. Știind că $CD=1\text{cm}$, $ED=\sqrt{3}\text{cm}$ să se calculeze :

a) $d(E, FC)$;

b) $d(B, DE)$;

Problema 4

Pe planul triunghiului echilateral ABC se duc, în vârfuri, perpendicularele AA_1 , BB_1 , CC_1 încât A_1 , B_1 să fie de o parte a planului (ABC), iar C_1 de partea opusă, $AA_1=3a$, $BB_1=CC_1=AB=a$, se cere :

a) Arătați că $MN \perp AC$, unde $BC \cap B_1C_1 = \{M\}$, $AC \cap A_1C_1 = \{N\}$.

b) Arătați că $MN \perp (ACA_1)$.

c) Calculați $d(A, (A_1B_1C_1))$.

¹ Timpul efectiv de lucru este de 3 ore;

² Toate problemele sunt obligatorii;

³ Fiecare problemă se notează de la 0 la 7.