

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN DÂMBOVIȚA

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
ADOLF HAIMOVICI

Etapa locală: 18 februarie 2017

Filiera tehnologică: profilul servicii

Clasa X

1. Se consideră expresia $E(x) = \lg \frac{1-x}{1+x}$.
 - a) Determinați mulțimea D a elementelor $x \in \mathbb{R}$ pentru care expresia dată are sens.
 - b) Calculați $E(x) + E(-x), \forall x \in D$.
 - c) Știind că $E\left(\frac{1}{3}\right) = a$ calculați $\log_5 8$ în funcție de a .
2. Se dă numărul $z_n = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^n, n \in \mathbb{N}$.
 - a) Calculați z_2 și z_{2017} .
 - b) Arătați că $z_n \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}$.
3. Fie $a = 2 \left(\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}} - \sqrt{2 - \sqrt{9 - 4\sqrt{2}}} \right)$. Arătați că \sqrt{a} este număr natural.
4.
 - a) Arătați că $x + \frac{1}{x} \geq 2$, pentru orice $x > 0$.
 - b) Utilizând eventual rezultatul de la punctul a), să se demonstreze că $\log_5 14 + \log_2 35 + \log_7 10 \geq 6$.
 - c) Determinați partea întregă a numărului $n = \log_2 2017$.

Notă: Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.