

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
ADOLF HAIMOVICI
Etapă locală – 18 februarie 2017
Filiera tehnologică: profilul servicii

Clasa XI

1. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ și $B(a) = I_3 + aA, a \in \mathbb{R}$.
 - a) Calculați A^2 .
 - b) Demonstrați că $B(a) \cdot B(b) = B(a + b), \forall a, b \in \mathbb{R}$.
 - c) Determinați două matrice $C \in M_{31}(\mathbb{R})$ și $D \in M_{13}(\mathbb{R})$ astfel încât $A = CD$.
2. Se consideră determinantul $D(x, y) = \begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 1 & x & y \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}, x, y \in \mathbb{R}$.
 - a) Scrieți ecuația dreptei determinată de punctele $A(x_1, 3)$ și $B(x_2, -1)$ unde x_1, x_2 sunt rădăcinile ecuației $D(x, 2) = 0, x_1 < x_2$.
 - b) Determinați cel mai mic număr $y \in \mathbb{Z}$, pentru care $D(x, y) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
3.
 - a) Calculați limita $\lim_{x \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2 + 3})$.
 - b) Determinați constanta reală a pentru care $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{a \cdot \ln(4 - x)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2^x - 8}{x^2 - 9}$.
4. Fie funcția $f: \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{5}\right\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{\sqrt{(3a-1)^2 x^2 + x + 1}}{5x - 3}$, unde $a \in \left(-\infty, \frac{1}{6}\right] \cup \left[\frac{1}{2}, \infty\right)$.
 - a) Determinați ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
 - b) Determinați $a \in \mathbb{R}$ pentru care $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$.

Notă: Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.