

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ  
ADOLF HAIMOVICI  
Etapa locală: 18 februarie 2017

Filiera teoretică: profilul științele naturii

Clasa a X-a

1. Dacă  $u$  și  $v$  sunt două numere complexe care satisfac relațiile  $u + v = 20$  și  $|u| = |v|$  demonstrați că  $u^{2017} + v^{2017} \in \mathbf{R}$
2. Arătați că  $\sqrt[3]{26 + 15\sqrt{3}} + \sqrt[3]{26 - 15\sqrt{3}} \in \mathbf{Z}$ .
3. Alex practică sport de performanță. Echipa de volei al cărei component este, a obținut la un turneu, punctajul  $p$  dat de formula  $p(n) = \left[ (\sqrt{2})^{10-n} \cdot (\sqrt[3]{3})^n \right]$ , după fiecare al  $n$ -lea meci jucat. În total sunt 28 de meciuri jucate în sistem turneu, adică fiecare echipă a jucat cu fiecare din celelalte participante. Dacă  $n \in \mathbf{N}$ , reprezintă numărul de meciuri jucate de echipa lui Alex, iar  $[a]$  reprezintă partea întreagă a numărului real  $a$ , determinați:
  - a) Câte echipe au participat la turneu?
  - b) Ce punctaj a avut echipa lui Alex după 7 meciuri?
4. Se dă funcția  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} 1+2x, & x \leq 0 \\ 2^x, & x > 0 \end{cases}$ 
  - a) Trasați graficul funcției  $f$ .
  - b) Arătați că este funcția  $f$  este bijectivă.
  - c) Determinați inversa funcției  $f$ .

Notă: Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.