

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
ADOLF HAIMOVICI

Etapă locală – 18 februarie 2017
Filiera tehnologică: profilul tehnic

Clasa a XI-a

1. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ și $B(a) = I_3 + aA, a \in \mathbb{R}$.

a) Calculați A^2 .

b) Demonstrați că $B(a) \cdot B(b) = B(a + b), \forall a, b \in \mathbb{R}$.

c) Determinați două matrice $C \in M_{31}(\mathbb{R})$ și $D \in M_{13}(\mathbb{R})$ astfel încât $A = CD$.

2. a) Calculați $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$.

b) Determinați valorile numărului real a pentru care funcția $f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$ dată prin

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a \ln(3-x)}{x-2}, & x < 2 \\ \frac{2^x - 4}{x-2}, & x > 2 \end{cases} \text{ are limită în } x_0 = 2.$$

3. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A_n(2^n, 5^n)$, unde $n \in \mathbb{N}$.

a) Arătați că punctele A_1, A_2 și A_3 nu sunt coliniare.

b) Determinați numărul natural $n, n \neq 0$ pentru care aria triunghiului $\Delta A_n A_{n+1} A_{n+2}$ este egală cu 6000.

4. Se consideră determinantul $D(x, y) = \begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 1 & x & y \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}, x, y \in \mathbb{R}$.

a) Scrieți ecuația dreptei determinată de punctele $A(x_1, 3)$ și $B(x_2, -1)$ unde x_1, x_2 sunt rădăcinile ecuației $D(x, 2) = 0, x_1 < x_2$.

b) Determinați cel mai mic număr $y \in \mathbb{Z}$, pentru care $D(x, y) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Notă: Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.