

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
ADOLF HAIMOVICI

Etapa locală-18 februarie 2017

Filiera teoretică: profilul uman

Clasa a X-a

1. a) Calculați: $\log_{2017}\left(\frac{1}{2}\right) + \log_{2017}\left(\frac{2}{3}\right) + \dots + \log_{2017}\left(\frac{2016}{2017}\right)$
b) Demonstrați egalitatea: $\frac{1}{\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x} + \frac{1}{\log_c x}} = \log_{abc} x$,
unde $x, a, b, c \in (0, \infty) \setminus \{1\}$
2. Arătați că expresia $E = \frac{\log_3 x^2 + \log_{\sqrt{3}} x^4 + \log_9(1/x)}{\log_3 x - \log_{\sqrt[3]{3}} x^3}$ nu depinde de x ;
3. a) Calculați $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}$;
b) Determinați $m \in [3, \infty)$ astfel încât expresia
 $E(m) = \sqrt{m + 1 - 4\sqrt{m - 3}} - \sqrt{m - 3}$ să fie constantă;
4. a) Comparați $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$ cu 1;
b) Comparați $(\sqrt{5} - 2)^{3/4}$ și $(\sqrt{5} + 2)^{-4/5}$;
c) Comparați $\log_3 7 + \log_7 3$ cu 2;

Notă: Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7