

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
ADOLF HAIMOVICI
Etapa locală: 18 februarie 2017

Filiera tehnologică: profilul tehnic

Clasa a X-a

1. Fie numerele $a = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$ și $b = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1} + \frac{1}{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[3]{36} + \sqrt[3]{30} + \sqrt[3]{25}}$
- a) Arătați că $a = 2$.
- b) Calculați b^3 .
2. a) Fie numărul complex $z = \frac{1-2i}{1+i}$. Determinați $\operatorname{Re}(z)$, $\operatorname{Im}(z)$ și $|z|$.
- b) Determinați valorile lui numărului real m , pentru care ecuația $z^2 - (4m+i)z + 2mi + m + 3 = 0$ are o soluție reală și rezolvați ecuația pentru valorile determinate.
3. a) Determinați numărul real x pentru care este definită expresia $E(x) = \log_{x^2-3x+2}(25-x^2)$.
- b) Știind că $a = \log_{72} 48$ și $b = \log_6 24$, calculați $a \cdot b - 3(a-b) + 1$.
4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.
- a) Știind că $f(2) = 2$, $f(0) = -4$, calculați $f(2) \cdot f\left(\frac{3}{2}\right) \cdot f\left(\frac{4}{3}\right) \cdot \dots \cdot f\left(\frac{10}{9}\right)$.
- b) Determinați numerele reale a și b , știind că $f^{-1}(2) = 2$ și $f^{-1}(5) = 3$, unde $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este inversa funcției f .

Notă: Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.