

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
ADOLF HAIMOVICI
Etapa locală-18 februarie 2017
Filiera teoretică: profilul uman

Clasa XII

1. Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Să se determine A^2 .

b) Să se demonstreze că $A^3 = 4A^2 - 5A + 2I_3$

2. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Calculați A^{2017} .

b) Calculați $2A + 3A^2 + 4A^3 + \dots + 2017 \cdot A^{2016}$.

3. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$.

a) Calculați $A^4 - B^3 - C^3$.

b) Calculați C^{2017} .

c) Determinați matricea X cu proprietatea $A \cdot X + X \cdot B = I_2$

4. Fie $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} / a, b, c, d \in N \right\}$.

a) Determinați matricele $X \in M$ pentru care există $Y \in M$, astfel încât $X \cdot Y = Y \cdot X = I_2$

b) Dați exemple de matrice $A, B \in M$, cu $A, B \neq O_2$ astfel încât $A \cdot B = O_2$.

Notă: Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.