

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
“ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală, 24 februarie 2017
FILIERA TEORETICĂ - PROFIL REAL - ȘTIINȚE ALE NATURII
BAREM - clasa a XI-a

1. Stabilește că $a > 0$...1p
 Amplifică cu conjugata și scrie limita ...2p
 Ajunge la relațiile: $a^2 = 5$, $7 - 2ab = 0$, $-8 - b^2 - 2ac = 0$...3p
 Determină $a = \sqrt{5}$, $b = \frac{7}{2\sqrt{5}}$, $c = -\frac{449}{100\sqrt{5}}$...1p

2. a) $\omega^3 = -1$...2p
 b) scrie $\sum_{k=1}^n \begin{pmatrix} k(3k+1) & \frac{k}{(k+1)!} \\ 2^k & k \cdot (\omega^3 - 1) \end{pmatrix} =$
 $\begin{pmatrix} 3 \sum_{k=1}^n k^2 + \sum_{k=1}^n k & \sum_{k=1}^n \frac{1}{k!} - \sum_{k=1}^n \frac{1}{(k+1)!} \\ \sum_{k=1}^n 2^k & (-2) \sum_{k=1}^n k \end{pmatrix}$...2p
 calculează sumele și finalizează ...3p

3. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 5^x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 1}{x} = \ln \frac{3}{5}$...2p
 b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x^2 + 6x - 6)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln[(x-1)(x+7)+1]}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln[(x-1)(x+7)+1]}{(x-1)(x+5)} (x + 7) = 8$...2p
 c) scrie $\frac{1}{x^2} - 1 < \left[\frac{1}{x^2} \right] \leq \frac{1}{x^2}$ și trece la limită $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cdot \left[\frac{1}{x^2} \right] = 1$...2p
 obține analog $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cdot \left[\frac{2}{x^2} \right] = 2$ și $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cdot \left[\frac{3}{x^2} \right] = 3$ și finalizează ...1p

4. adună c_2 la c_1 și obține $D = \begin{vmatrix} 1 & \cos^2 x & \sin 2x \\ 1 & \sin^2 x & \sin 2x \\ \sin 2x & -1 & 1 \end{vmatrix}$...2p
 scade linia 1 la linia 2 și obține
 $D = \begin{vmatrix} 1 & \cos^2 x & \sin 2x \\ 0 & \sin^2 x - \cos^2 x & 0 \\ \sin 2x & -1 & 1 \end{vmatrix}$...3p
 Finalizare $D = -\cos^3 2x$...2p

Notă:

Nu se acordă punct din oficiu sau fracțiuni de punct.

Orice soluție corectă diferită de cea din barem se notează cu punctaj maxim.