CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
“ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală, 24 februarie 2017
FILIERA TEORETICĂ - PROFIL REAL - ŞTIINŢE ALE NATURII
BAREM - clasa a X-a

1. a) ajunge la $N = \left|3 + 2\sqrt{2}\right| - \left|2 + \sqrt{2}\right| - \left|\sqrt{2} - 1\right|$ ...2p
finalizare $N = 2$ ...1p
b) scrie toți logaritmii în baza a ...1p
notează $log_a b = x$
obține $\left(x + \frac{1}{x} + 2\right)\left(x - \frac{x}{1+x}\right) \cdot \frac{1}{x} - 1 = x$ ...1p
calcule, finalizare ...2p

2. a) determină vârful parabolei de la prima ramură $V(3, -9)$ ...1p
determină imaginile celor două ramuri ale funcției
$[-9, \infty)$, respectiv $(-\infty,\ 3m + 1)$ ...1p
pune condiția de bijectivitate, găsește $m = -\frac{10}{3}$ și finalizează ...1p
b) condiție $x \geq 1$ și notație $\sqrt[3]{2 - x} = a,\ \sqrt{x - 1} = b$ ...1p
obține relația $a^3 + b^2 = 1$ ...1p
rezolvă sistemul și determină $a \in \{0, 1\}$ ...1p
finalizare $S = \{1, 2\}$ ...1p

3. a) $z_1 \cdot z_2 = (a^2 + b^2) \cdot i = i \implies z_2 = \frac{i}{z_1}$ ...2p
b) fie $z_1, z_2, \dots, z_{2017}$ cele 2017 numere complexe de modul 1
not. $P = z_1 \cdot z_2 \cdot \dots \cdot z_{2017}$ ...1p
schimbând partea reală cu coeficientul părții imaginare, conform pct. a)
se obține $P^* = \frac{1}{z_1} \cdot \frac{1}{z_2} \cdot \dots \cdot \frac{1}{z_{2017}} = \frac{i^{2017}}{P} = \frac{i}{P}$ ...2p
egalează $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{i}{P} \implies P = \frac{i}{\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}}$ ...1p
obține rezultatul corect $P = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ ...1p

4. a) dem. prin calcul ...2p
b) obține $E(a, b) = (a - 1)(b - 1)(ab - 1)$ ...2p
c) notează $2^x = a,\ 3^x = b,\ 6^x = ab$ ...1p
folosește a) și b) și obține soluția unică $x = 0$ ...2p

Notă:
Nu se acordă punct din oficiu sau fracţiuni de punct.
Orice soluţie corectă diferită de cea din barem se notează cu punctaj maxim.