

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
“ADOLF HAIMOVICI”
Etapă locală, 24 februarie 2017
FILIERA TEORETICĂ - PROFIL REAL - ȘTIINȚE ALE NATURII
SUBIECTE - clasa a XII-a

1. Calculați $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1 + \operatorname{tg} x) dx$.
2. a) Fie $g, G: (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{15x\sqrt{x+1}}{2}$ și $G(x) = (ax^2 + bx + c) \cdot \sqrt{x+1}$,
 $a, b, c \in \mathbb{R}$. Determinați $a, b, c \in \mathbb{R}$, astfel încât G să fie primitivă a funcției g ;
b) Calculați $\int_{-1}^1 \frac{1}{(x^2+1)(e^x+1)} dx$.
3. Fie $(A, +, \cdot)$ și $(B, +, \cdot)$ două inele în raport cu adunarea și cu înmulțirea, unde
 $A = \{x + y\sqrt{3} \mid x, y \in \mathbb{Z}\}$ și $B = \left\{ \begin{pmatrix} x & y \\ 3y & x \end{pmatrix} \mid x, y \in \mathbb{Z} \right\}$. Arătați că cele două inele sunt izomorfe.
4. Pe \mathbb{R} definim legea $x * y = xy - 5x - 5y + 30$. Se cere:
a) Calculați $\underbrace{x * x * \dots * x}_{n \text{ ori}}$, $n \in \mathbb{N}^*$;
b) Determinați $a, b \in \mathbb{Z}$, astfel încât $a * b = 6$.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru: 3 ore.