

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
“ADOLF HAIMOVICI”

Etapă locală, 24 februarie 2017

FILIERA TEORETICĂ - PROFIL UMAN - FILOLOGIE, ȘTIINȚE SOCIALE
BAREM - clasa a X-a

1. Dem. că $A \subseteq B \cap C$
 $(\forall)(a, a, a) \in A \Rightarrow (a, a, a) \in B$ și $(a, a, a) \in C$, adică $A \subseteq B$ și $A \subseteq C$
 $\Rightarrow A \subseteq B \cap C$...2p
 Dem. că $B \cap C \subseteq A$
 Fie $(a, b, c) \in B \cap C \Rightarrow a + 2b - 3c = 0$ și $a + 3b - 4c = 0 \Rightarrow b = c$
 $\Rightarrow (a, b, c) = (a, a, a) \in A \Rightarrow B \cap C \subseteq A$...4p
 $\Rightarrow B \cap C = A$...1p

2. $3^0 < 2 < 3^1$...1p
 $0 < \log_3 2 < 1$...1p
 $a \in (0, 1)$...1p
 $x = \frac{\log_3 2 + 2}{2\log_3 2 + 1}$...1p
 $x = \log_{12} 18$...2p
 $x \in (1, 2)$...1p
 Obs: dacă dem. direct $1 < \frac{a+2}{2a+1} < 2$ pt. $a \in (0, 1)$ se acordă 4p

3. Dacă x, y, z sunt distanțele în km parcurse de automobil la vale, pe loc drept și la deal de la A la B ...1p
 Atunci x, y, z sunt distanțele în km parcurse de automobil la deal, pe loc drept și la vale de la B la A ...1p
 $5 = \frac{x}{90} + \frac{y}{72} + \frac{z}{60}$...2p
 $5 = \frac{x}{60} + \frac{y}{72} + \frac{z}{90}$...2p
 $9 = \frac{x+y+z}{36}, x + y + z = 324 \text{ km}$...1p

4. a) Funcția f injectivă $\Rightarrow f(1), f(2), \dots, f(99), f(100)$ sunt distincte două câte două ...1p
 $\{f(1), f(2), \dots, f(99), f(100)\} = \{1, 2, \dots, 100\}$...1p
 Funcția f este surjectivă ...1p
 b) $\frac{f(1)}{100} = \frac{f(2)}{99} = \dots = \frac{f(100)}{1} = \frac{f(1)+f(2)+\dots+f(100)}{1+2+\dots+100} = 1$...2p
 $f(1) = 100, f(2) = 99, \dots, f(100) = 1$...1p
 $f(x) = 101 - x, \forall x \in A$...1p

Notă:

Nu se acordă punct din oficiu sau fracțiuni de punct.

Orice soluție corectă diferită de cea din barem se notează cu punctaj maxim.