Olimpiada Națională de Matematică, etapa locală, 24 februarie 2017, Caraș-Severin, clasa a VII-a

Problema 1. *Arătați că numărul* $A = 21^n + 23^n + 2^{n+1} \cdot 9 - 2^{2n}$ *se divide cu 38, pentru orice n, număr natural nenul.*

Problema 2. *Rezolvați în* $\mathbb{Z}$ *ecuația:*

$$\frac{2017^x+1}{2}+\frac{2017^x+5}{3}+\frac{2017^x+11}{4}+\frac{2017^x+19}{5}+\frac{2017^x+29}{6}=15.$$

Problema 3. *Într-un paralelogram* $ABCD$ *se notează cu O intersecția diagonalelor. Pe laturile* AB, BC, CD *și* DA *se aleg punctele M, N, P respectiv Q astfel încât M, O, P sunt puncte coliniare și N, O, Q sunt puncte coliniare.*

a) *Demonstrați că MNPQ este paralelogram.*

b) *Se notează* $\{E\} = MN \cap DA, \{F\} = PQ \cap BC$. *Arătați că punctele E, O și F sunt coliniare.*

Problema 4. *Se consideră triunghiul ABC, M un punct situat în interiorul triunghiului ABC și punctele* $\{A'\} = BC \cap AM, \{B'\} = AC \cap BM, \{C'\} = AB \cap CM$. *Arătați că punctul M este centrul de greutate al triunghiului ABC dacă și numai dacă:*

$$\frac{A'M}{MA}=\frac{B'M}{MB}=\frac{C'M}{MC}$$

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 3 ore.

Strada Ateneului Nr. 1, 320112
REȘIȚA - ROMANIA
Tel: 0255/214238; Fax: 0255/216042
e-mail: isjcaras@gmail.com
www.isjcs.ro

Str. General Berthelot nr. 28-30,
Sector 1, 010168, Bucuresti
Tel: +40 (0)21 405 57 06
Fax: +40 (0)21 310 32 05
www.edu.ro