

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ  
“ADOLF HAIMOVICI”**

**Etapă locală, 24 februarie 2017**

**PROFIL TEHNIC ȘI SERVICII, RESURSE NATURALE, PROTECȚIA MEDIULUI  
SUBIECTE - clasa a XII-a**

1. Fie mulțimea  $G = (5, \infty) \setminus \{6\}$  și legea definită pe  $G$  astfel:  $x \star y = (x - 5)^{\ln(y-5)} + 5$ ,  $(\forall)x, y \in G$ . Se cere:
  - a) Arătați că legea este comutativă;
  - b) Determinați elementul neutru al legii;
  - c) Rezolvați ecuația:  $x \star x \star x \star x = e^{16} + 5$ .
2. Se consideră grupul comutativ  $(G, \circ)$ , unde  $G = (-2, \infty)$  și legea definită pe  $G$  astfel:  $x \circ y = xy + 2x + 2y + 2$ ,  $(\forall)x, y \in G$ . Se cere:
  - a) Calculați  $(-2017) \circ (-2016) \circ \dots \circ 0 \circ 1 \circ \dots \circ 2017$ ;
  - b) Arătați că funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow G, f(x) = e^x - 2$  este izomorfism între grupurile  $(\mathbb{R}, +)$  și  $(G, \circ)$ .
3. Fie mulțimea  $H = (0, 1)$  și aplicația  $x \ast y = \frac{xy}{2xy+1-(x+y)}$ . Arătați că  $H$  este parte stabilă în raport cu legea „ $\ast$ ”.
4. Calculați:
  - a)  $\int \ln(x^2 + 1) dx$ ;
  - b)  $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x dx$ .

**Notă:**

**Toate subiectele sunt obligatorii.**

**Fiecare problemă se punctează de la 0 la 7 puncte.**

**Timp de lucru: 3 ore.**