

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**“ADOLF HAIMOVICI”**  
**Etapă locală, 24 februarie 2017**  
**PROFIL TEHNIC ȘI SERVICII, RESURSE NATURALE, PROTECȚIA MEDIULUI**  
**SUBIECTE - clasa a IX-a**

1. Determinați mulțimile:

- a)  $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid x = \frac{4n+1}{2n-1}, n \in \mathbb{Z}\right\};$
- b)  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid [2x + 1] = -3\};$
- c)  $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid |-3x - 2| = 4\}.$

2. Arătați că:

- a)  $1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2n-1)^3 = n^2(2n^2 - 1), n \in \mathbb{N}^*;$
- b) dacă  $n \geq 5$ , atunci  $2^n > n^2$ .

3. Considerăm dreptunghiul  $ABCD$  și punctele  $E, F$  și  $M$ , astfel încât  $\overrightarrow{EB} = 2\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{AD}$  și  $\overrightarrow{MD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$ . Dacă  $N$  este mijlocul lui  $(EF)$ , arătați că punctele  $M, A, N$  sunt coliniare.

4. Fie  $\Delta ABC$  și punctele  $D$  și  $E$ , astfel încât  $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$  și  $\overrightarrow{CA} = 3\overrightarrow{CE}$ .

- a) Scrieți vectorul  $\overrightarrow{DE}$  în funcție de vectorii  $\overrightarrow{AB}$  și  $\overrightarrow{AC}$ ;
- b) Fie  $F \in AB$ , astfel încât  $FC \parallel DE$ . Aflați  $\overrightarrow{FB}$  în funcție de  $\overrightarrow{AB}$ .

**Notă:**

**Toate subiectele sunt obligatorii.**

**Fiecare problemă se punctează de la 0 la 7 puncte.**

**Timp de lucru: 3 ore.**