

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
“ADOLF HAIMOVICI”

Etapă locală, 24 februarie 2017

PROFIL TEHNIC ȘI SERVICII, RESURSE NATURALE, PROTECȚIA MEDIULUI
SUBIECTE - clasa a XII-a

1. a) comutativitate ...1p
b) elementul neutru $e + 5$...2p
c) calculează $x \star x \star x \star x = (x - 5)^{\ln^3(x-5)} + 5$...2p
găsește $x = e^2 + 5$...2p
2. a) scrie $x \circ y = (x + 2)(y + 2) - 2$...1p
calculează $(-2017) \circ (-2016) \circ \dots \circ 0 \circ 1 \circ \dots \circ 2017 = -2$...2p
b) demonstrează bijectivitatea funcției f ...2p
arată că $f(x + y) = f(x) \circ f(y)$...2p
3. scrie $2xy + 1 - (x + y) = xy + (x - 1)(y - 1)$...2p
arată că $xy + (x - 1)(y - 1) > 0, (\forall)x, y \in H$...1p
demonstrază că $\frac{xy}{2xy+1-(x+y)} > 0$...1p
arată că $\frac{xy}{2xy+1-(x+y)} - 1 = \frac{-xy-1+x+y}{2xy+1-(x+y)} = \frac{(1-x)(y-1)}{2xy+1-(x+y)}$...2p
demonstrează că $(1 - x)(y - 1) < 0$ și deduce $\frac{xy}{2xy+1-(x+y)} < 1$...1p
4. a) folosește corect formula de integrare prin părți ...1p
calculează și obține $I = x \cdot \ln(x^2 + 1) - 2x + 2\arctg x + C$...2p
b) arată că $I = \int \cos^2 x \cdot \sin x dx - \int \cos^4 x \cdot \sin x dx$...2p
calculează să obține $I = -\frac{\cos^3 x}{3} + \frac{\cos^5 x}{5} + C$...2p

Notă:

Nu se acordă punct din oficiu sau fracțiuni de punct.

Orice soluție corectă diferită de cea din barem se notează cu punctaj maxim.