**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**
**"ADOLF HAIMOVICI"**
**Etapa locală, 24 februarie 2017**
**FILIERA TEORETICĂ - PROFIL REAL - ȘTIINȚE ALE NATURII**
**SUBIECTE - clasa a X-a**

**1.** a) Determinați numărul: $N = \sqrt{17 + 12\sqrt{2}} - \sqrt{6 + 4\sqrt{2}} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$ .
b) Demonstrați că: $(log_a b + log_b a + 2)(log_a b - log_{ab} b) \cdot log_b a - 1 = log_a b$ .

**2.** a) Determinați parametrul real *m* pentru care funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \begin{cases} x^2 - 6x, & x \leq 3 \\ mx + 1, & x > 3 \end{cases}$ este inversabilă.
b) Rezolvați ecuația: $\sqrt[3]{2 - x} = 1 - \sqrt{x - 1}$ .

**3.** a) Se dau numerele complexe $z_1 = a + ib$ și $z_2 = b + ia$ , de modul 1. Să se demonstreze că $z_2 = \frac{i}{z_1}$ .
b) Un elev trebuie să înmulțească 2017 numere complexe de modul 1. Din greșeală, el schimbă între ele partea reală cu coeficientul părții imaginare, la fiecare factor al produsului și astfel obține ca rezultat final numărul $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ . Care trebuia să fie rezultatul corect al produsului celor 2017 numere complexe?

**4.** Se dau numerele reale $a, b, c > 0$.
a) Demonstrați că dacă $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} - \frac{1}{1+ab} = \frac{1}{2}$ , atunci $a^2b^2 - a^2b - ab^2 + a + b - 1 = 0$ .
b) Descompuneți în factori expresia $E(a, b) = a^2b^2 - a^2b - ab^2 + a + b - 1$ .
c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația: $\frac{1}{1+2^x} + \frac{1}{1+3^x} - \frac{1}{1+6^x} = \frac{1}{2}$ .

**Notă:**
**Toate subiectele sunt obligatorii.**
**Fiecare problemă se punctează de la 0 la 7 puncte.**
**Timp de lucru: 3 ore.**