



Olimpiada Națională de Matematică,
etapa locală, 24 februarie 2017, Caraș-Severin,
clasa a VI-a

Problema 1. Se dă șirul de fracții: $\frac{5}{7}; \frac{7}{10}; \frac{9}{13}; \dots$ fracția din poziția a 10-a fiind $\frac{23}{34}$.

- a) Studiați dacă șirul conține fracții reductibile;
- b) Determinați fracția din poziția 2017;
- c) Stabiliți dacă fracția $\frac{265}{397}$ este termen al șirului dat. În caz afirmativ, aflați pe ce poziție se află în șir.

Problema 2. Numerele naturale nenule $a; b; c$ verifică relația $7a + 2b = 5c$.

Arătați că $(a + b)(b + c)(c + a)$ se divide cu 70.

Problema 3. Se consideră unghiul propriu \widehat{AOD} . Pe bisectoarea \widehat{AOD} se aleg punctele B și C cu proprietatea că $[OA] \equiv [OB]$ și $[OC] \equiv [OD]$

- a) Demonstrați că $[AC] \equiv [BD]$.
- b) Arătați că \widehat{BAC} și \widehat{CDB} au aceeași măsură.

Problema 4. Pe dreapta d se consideră segmentul unitate AB (un segment de lungime 1) și punctele $C_1, C_2, \dots, C_{2017}$ în această ordine, astfel încât lungimea fiecărui segment, începând cu BC_1 să fie egală cu dublul lungimii segmentului precedent. Dacă M este mijlocul segmentului BC_{2017} , arătați că $[BM] \equiv [AC_{2016}]$.

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 2 ore.