CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
Etapa locală, 24 februarie 2017
FILIERA TEORETICĂ - PROFIL REAL - ȘTIINȚE ALE NATURII
SUBIECTE - clasa a IX-a

1. Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația: $[x]+\frac{1}{[x]}=\{x\}+\frac{1}{\{x\}}$, unde $[x]$ este partea întreagă a lui x și $\{x\}$ este partea fracționară a lui x.

2. Fie triunghiul dreptunghic $ABC,\ m(\measuredangle A)=90°$. Se construiește perpendiculara în C pe cateta $[AC]$ pe care se consideră un punct C' astfel încât $[CC']\equiv[AC]$, iar pe perpendiculara în B pe cateta $[AB]$ se consideră punctul B', $[BB']\equiv[AB]$. Să se arate că dreptele BC', CB' și înălțimea AA' a ΔABC sunt concurente.

3. Fie șirurile de numere reale $(x_n)_{n\geq 1}$ și $(y_n)_{n\geq 1}$. Dacă $3(x_1+x_2+\cdots+x_n)=n\cdot x_{n+1}$, $(\forall)n\geq 1$ și $x_n=ny_n$, arătați că $(y_n)_{n\geq 1}$ este o progresie aritmetică.

4. Un disc e împărțit în 6 părți egale prin 3 diametre. În fiecare dintre sectoarele formate se află câte un pion. La o mutare alegem doi pioni, pe care îi deplasăm în sectoare vecine celor din care pleacă. Există un șir finit de mutări în urma cărora toți pionii să ajungă într-un același sector? Justificați răspunsul.

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare problemă se punctează de la 0 la 7 puncte.
Timp de lucru: 3 ore.