

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
“ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală, 24 februarie 2017
FILIERA TEORETICĂ - PROFIL REAL - ȘTIINȚE ALE NATURII
BAREM - clasa a IX-a

1. Obs. că $\{x\} + \frac{1}{\{x\}} > 0 \quad (\{x\} \in [0, 1)) \Rightarrow [x] > 0$...1p
 Scrie ecuația sub forma $([x] - \{x\}) \left(1 - \frac{1}{[x] \cdot \{x\}}\right) = 0$...1p
 $\Rightarrow [x] = \{x\} \Rightarrow x = 0$ fals pt. că $x \neq 0$...2p
 Sau $[x] \cdot \{x\} = 1$, unde not. $[x] = k \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \{x\} = \frac{1}{k}$...2p
 Finalizare: $x = k + \frac{1}{k}$, $k \in \mathbb{N}^*$...1p

2. Not. $AB \cap CB' = \{D\}$ și $AC \cap BC' = \{E\}$
 Dem. că $\frac{EA}{EC} \cdot \frac{BD}{DA} \cdot \frac{A'C}{A'B} = 1$...1p
 Din $\triangle AEB \sim \triangle CEC'$ $\Rightarrow \frac{EA}{EC} = \frac{AB}{CC'} = \frac{AB}{AC}$...1p
 Din $\triangle ACD \sim \triangle BB'D$ $\Rightarrow \frac{BD}{DA} = \frac{BB'}{AC} = \frac{AB}{AC}$...1p
 Aplică t. catetei în $\triangle ABC \Rightarrow \frac{A'B}{A'C} = \frac{AB^2}{AC^2}$...2p
 Finalizare ...2p

3. Inducție
 arată că $x_2 = 3x_1 = \frac{2 \cdot 3}{2} x_1$...1p
 presupune $x_n = \frac{n(n+1)}{2} x_1$...1p
 demonstrează $x_{n+1} = \frac{(n+1)(n+2)}{2} x_1$...3p
 determină $y_n = \frac{n+1}{2}$...1p
 demonstrează că $(y_n)_{n \geq 1}$ este progresie aritmetică ...1p

4. Colorăm 3 sectoare cu o culoare și 3 cu altă culoare. La o mutare doi pioni își schimbă culoarea. ...2p

 În urma unei mutări rămâne un număr impar de pioni pe o culoare și un număr impar de pioni pe cealaltă culoare. ...4p

 Finalizare: nu e posibil să aducem toți cei 6 pioni pe aceeași culoare ...1p

Notă:

Nu se acordă punct din oficiu sau fracțiuni de punct.

Orice soluție corectă diferită de cea din barem se notează cu punctaj maxim.