OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
Etapa locală - 20.02.2016
Clasa a VII-a

1) **a)** Calculaţi : $A=\sqrt{a^4}-\sqrt{16a^2}-\left|a^2+5\right|-\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(5a-5)^2}$, ştiind că $|a|+a=0$ şi $a\in\mathbf{R}$.

b) Arătaţi că numărul N este pătrat perfect pentru orice $n\in\mathbf{N}$, unde

$$N=\left[\left(8+3\sqrt{7}\right)^{2n+1}+\frac{7}{\left(8-3\sqrt{7}\right)^{2n+1}}\right]\cdot\frac{\left(16-6\sqrt{7}\right)^{2n+2}}{2^{2n+3}}-4\cdot\left(1\frac{3}{4}-\sqrt{63}\right).$$

2) **a)** Rezolvaţi în mulţimea numerelor întregi ecuaţia: $\frac{1}{x}+\frac{2}{3y}=-1$.

b) Calculaţi partea întreagă a numărului $a=\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}...+\frac{1}{2016^2}$.

3) Pe laturile triunghiului oarecare ABC se construiesc triunghiurile echilaterale ABD (D şi C de o parte şi de alta a dreptei AB), ACE (E şi B de o parte şi de alta a dreptei AC) şi BCF (F şi A de aceeaşi parte a dreptei BC). Notăm cu M, N, P mijloacele segmentelor $[AB]$, $[AC]$, respectiv $[DE]$.

a) Arătaţi că punctele A, P, F sunt coliniare.

b) Demonstraţi că triunghiul MNP este echilateral.

Gazeta Matematică 10/2015

4) În triunghiul ABC dreptunghic în A se duce înălţimea AD, $D\in(BC)$. Fie $P\in(AD)$ şi $Q\in(DC)$ încât $\frac{AP}{PD}=\frac{QC}{QD}$. Demonstraţi că $BP\perp AQ$.

Subiectele au fost propuse de:
Prof. Gicuţa Dochioiu – Şc. "Duiliu Zamfirescu " Focşani
Prof. Ioan Ciucur - Şc. Gimnazială „Mareșal Averescu" Adjud

NOTĂ: **Timp de lucru: 3 ore.**
Fiecare subiect este notat de la 0 puncte la 7 puncte.