

Olimpiada de matematică
etapa pe școală – 21.01.2010

Clasa a VI-a

- 3 p 1. a) Calculați $\frac{a}{b}$, dacă: $a = \left[1 + 1, (6) - \frac{2}{9} + 5\frac{1}{3} \right] : 1,1(6)$ și
- $$b = \left(1 - \frac{1}{2} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{20} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{21} \right)$$
- b) Arătați că numărul natural
- $$n = 7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{2009} + 7^{2010}$$
- este divizibil cu 19
- 2 p 2. Dacă un număr mai mic de 500 de elevi aflați într-o tabără s-ar grupa câte 2, câte 3, câte 4 sau câte 5, atunci de fiecare dată, un elev ar rămâne singur. Dacă s-ar grupa însă câte 7, atunci grupele ar fi complete. Aflați câți elevi sunt în tabără.
- 1,5 p 3. Segmentul $[AB]$ are lungimea $6a$. Punctele C și D sunt situate în interiorul segmentului și $AC = BD = 4a$.
- a) Să se calculeze lungimea $[CD]$
- b) Să se arate că segmentele $[AB]$ și $[CD]$ au același mijloc.
- 2,5 p 4. Fie AOB un unghi alungit și semidreptele $(OC$ și OD în același semiplan mărginit de AB , astfel încât $(OC$ este bisectoarea unghiului AOD , iar $m(\widehat{AOC})$ este cu 12° mai mare decât $m(\widehat{BOD})$.
- a) Aflați $m(\widehat{AOD})$ și $m(\widehat{BOC})$
- b) Fie $(OM$ bisectoarea unghiului BOD , iar punctul N de aceeași parte a dreptei OC ca și A , astfel încât $m(\widehat{CON}) = 90^\circ$. Arătați că punctele M, O, N sunt coliniare.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă un punct din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

Succes!