Inspectoratul Şcolar al Judeţului Satu Mare

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ - faza locală
23 ianuarie 2010
clasa a-V-a

I. Împărţind numărul natural x la numărul natural y, aflăm câtul 3 şi restul 19.

(3p) a) Calculaţi $2x - 6y + 3$;

(2p) b) Arătaţi că $x + y > 95$;

(2p) c) Aflaţi x şi y dacă $x - y < 61$.

(prof. Cuibuş Nicoleta – Şc. cu cls. I-VIII nr. 10, Satu Mare)

II. Fie $x = \overline{abcd} + \overline{dcba}$

(3p) a) Arătaţi că x este divizibil cu 11, oricare ar fi $\overline{abcd}$

(2p) b) Câte numere de forma $\overline{abcd}$ există, astfel încât

i) x să fie divizibil cu 7

ii) x să fie divizibil cu 13

(2p) c) Câte numere x există care îndeplinesc condiţiile de la i) si ii) ?

(prof. Pal Rita – Şc. cu cls. I-VIII C.Brâncoveanu, Satu Mare)

III. (4p) 1) Să se rezolve ecuaţia: $125 + \{14 \cdot [40 + (x + 240) : 4] - 34\} \cdot 17 = 47147$

(3p) 2) Produsul a 2010 numere naturale este egal cu 18. Aflaţi suma minimă a acestora.

(prof. Baciu Nicolae – inspector şcolar de specialitate I.S.J., Satu Mare)

IV. (3p) 1) Determinaţi cel mai mare număr natural care împărţit la 2010 dă câtul mai mic decât restul.

(prof. Culic Camelia – Şc. cu cls. I-VIII L.Blaga, Satu Mare)

(4p) 2) În două cutii sunt la un loc creioane. Dacă din prima cutie s-au luat 41 de creioane şi s-au pus în a doua cutie, atunci în prima cutie sunt de 3 ori mai multe creioane decât în a doua cutie. Determinaţi numărul minim de creioane din fiecare cutie.

(prof. Baciu Nicolae – inspector şcolar de specialitate I.S.J., Satu Mare)

Nota: Timp de lucru 3 ore

Rezolvarea fiecărei probleme este obligatorie.

Bareme de corectare – clasa a-V-a

I. a) $x = 3y + 19$, $19 < y$

$2x – 6y + 3 = 2(3y + 19) – 6y + 3 = 41$

b) $x + y = 4y + 19$; $y > 19$, deci $x + y > 4 \cdot 19 + 19 = 76 + 19 = 95$

c) $x - y < 61 \Rightarrow 2y + 19 < 61 \Rightarrow y < 21$. Dar $y > 19$, deci $y = 20$, de unde $x = 70$.

II. $x = 1001(a+d) + 110(b+c)$

$1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$; $110 = 2 \cdot 5 \cdot 11$

a) Deci $11 \mid x$ $\forall\ \overline{abcd}$

b) i) $7 \mid 1001$ si 7 nu divide 110, deci pentru ca 7 sa dividă pe x trebuie ca $7 \mid (b+c)$ unde b, c cifre în baza 10 $\Rightarrow$
$(b,c) \in \{(0,0),(0,7),(7,0),(1,6),(6,1),(2,5),(5,2),(3,4).(4,3),(5,9),(9,5),(6,8),(8,6),(7,7)\}$, nu se consideră permutările la perechi de cifre, x dând aceeasi valoare $\Rightarrow$ 14 posibilități, iar pentru fiecare, a si d poate fi orice cifră nenula adică sunt $9 \cdot 9 = 81$ perechi. Deci sunt $14 \cdot 81 = 1134$

ii) $13 \mid 1001$ si 13 nu divide 110 deci pentru ca 13 să dividă pe x trebuie ca $13 \mid (b+c)$, unde b, c cifre in baza 10 $\Rightarrow$
$(b,c) \in \{(0,0),(4,9),(9,4),(5,8).(8,5),(6,7),(7,6)\}$ $\Rightarrow$ 7 posibilități., iar pentru fiecare, a şi d poate fi orice cifră nenulă, adică sunt $9 \cdot 9 = 81$ de perechi.
Deci $7 \cdot 81 = 567$

c) $(7 ; 13) = 1$, deci b + c trebuie sa fie divizibil cu $7 \cdot 13 = 91$ imposibil, pentru că b şi c sunt cifre.
Se obține b = c = 0 şi 81 variante pentru a şi d deoarece 1001 este divizibil cu 91.

III. 1) $x = 400$

2) Suma minimă se obține pentru $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$, deci 2007 factori sunt egali cu 1, un factor este egal cu 2 şi doi factori sunt egali cu 3. Suma acestor 2010 numere este

$$2007 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 3 = 2015.$$

IV. 1) $n = 2010 \cdot C + R$, $R \leq 2009$

Cel mai mare număr se obține pentru C = 2008 şi R = 2009, deci este egal cu 4038089

2) $3(y + 41) = x – 41$ şi $x > 3y$

Dacă $x = 4y$ se îndeplineşte condiția cerută: $3y + 3 \cdot 41 = 4y - 41 \Rightarrow y = 164, x = 656$