Şcoala nr. 195
Sector 3, Bucureşti

Olimpiada de matematică

etapa pe şcoală – 21.01.2010

Clasa a VIII-a

2 p

1. Fie $x=\sqrt{8-2\sqrt{15}}-\sqrt{8+2\sqrt{15}}$

a) Arătaţi că $x^2 \in N$.

b) Calculaţi $\left(x+2\sqrt{3}\right)^{2010}$.

3 p

2. a) Dacă $9x^2+y^2-6\cdot\left(x\sqrt{2}+y\sqrt{3}\right)+29=0$ atunci arătaţi că numărul

$$n=\left(\frac{1-\sqrt{2}}{3x}-\frac{2-3\sqrt{3}}{y}\right)\cdot\left(\frac{9\sqrt{2}-4\sqrt{3}}{36}\right)^{-1}$$ este număr natural

b) Dacă $x^2+x-1=0$, calculaţi $x^4+2x^3-x^2-2x+7$

c) Dacă $a>0$ şi $x\in[-a;a]$, arătaţi că $\sqrt{2a}\leq\sqrt{a-x}+\sqrt{a+x}\leq 2\sqrt{a}$

3 p

3. Fie paralelogramul ABCD cu latura AB=2AD=2a, (a>0). Pe planul paralelogramului se ridică perpendiculara NA=a.

a) Demonstraţi că $BM\perp(NAM)$, unde M este mijlocul laturii CD

b) Determinaţi măsura unghiului format de dreapta MN cu planul paralelogramului precum şi distanţa de la punctul A la planul (NMB), în cazul când $m(\widehat{BCD})=120°$

1 p

4. Fie A,B,C,D patru puncte necoplanare. Dacă E este piciorul perpendicularei din D pe bisectoarea unghiului DAB, iar M este mijlocul lui CD, arătaţi că EM II (ABC)

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 1 punct din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

Succes!

* *
*