

Concursul de matematică „NICOLAE COCULESCU“ 2009

EDIȚIA a VI-a SLATINA – 27 noiembrie 2009

Clasa a VII-a

1. Să se rezolve în \mathbb{N} ecuația $x + \frac{y+z}{1+yz} = \frac{61}{2}$.

Florian Dumitrel

2. Să se rezolve în mulțimea numerelor prime ecuația $p^3 = 2009 + 47 \cdot 2^q$.

Costel Anghel

3. Fie ABC un triunghi, $D \in (BC)$ astfel încât $\widehat{BAD} \equiv \widehat{CAD}$ și un punct $P \in (AD)$. Să se demonstreze că triunghiul ABC este isoscel de bază $[BC]$ dacă și numai dacă

$$AB + PC = AC + PB.$$

Florian Dumitrel

4. Spunem că numărul natural n are proprietatea $P(k)$ dacă există mulțimile disjuncte de numere naturale nenule $A = \{x_1, x_2, \dots, x_k\}$, $B = \{y_1, y_2, \dots, y_k\}$ și $C = \{z_1, z_2, \dots, z_k\}$ astfel încât sumele $x_1 + y_1 + z_1, x_2 + y_2 + z_2, \dots, x_k + y_k + z_k$ să fie numere distincte mai mici strict ca n .

a) Să se arate că 24 are proprietatea $P(4)$.

b) Să se demonstreze că dacă n are proprietatea $P(k)$, atunci $n \geq 5k + 2$.

c) Să se demonstreze că numărul $n = 5k + 2$ are proprietatea $P(k)$.

Marius Perianu