

Concursul de matematică „NICOLAE COCULESCU” 2009

EDIȚIA a VI-a SLATINA – 27 noiembrie 2009

Clasa a V-a

1. Să se găsească $n \in \mathbb{N}$ și $a, b \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $\overline{ab} = 2^n \cdot a + 3^n \cdot b$.

Costel Anghel

2. Un pătrat numeric 3×3 este format din nouă numere distincte așezate pe trei linii și trei coloane. Un pătrat numeric se numește *pătrat magic* dacă suma numerelor de pe linii, coloane și diagonale este aceeași.

- a) Să se construiască un *pătrat magic* cu elementele mulțimii $A = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$.
b) Numim *pătrat supermagic* un pătrat numeric de tip 3×3 în care produsul elementelor de pe linii, coloane și diagonale este același. Construiți un astfel de pătrat.

Costel Anghel

3. Fie $n \in \mathbb{N}^*$ și S suma resturilor obținute prin împărțirea numerelor $1, 2, \dots, 100$ la n .

- a) Să se calculeze S în cazul $n = 5$.
b) Determinați valorile lui n pentru care $S = 100$.

Mircea Fianu

4. a) Arătați că numerele naturale se pot colora în două culori astfel încât, pentru orice numere naturale a, b, c colorate la fel, numărul $a + 3b + 9c$ are aceeași culoare cu a, b, c .

- b) Arătați că numerele naturale se pot colora în trei culori astfel încât, pentru orice numere naturale a, b, c colorate la fel, numărul $a + 3b + 9c$ are aceeași culoare cu a, b, c .

- c) Se colorează numerele naturale, într-un număr dat de culori, astfel încât pentru orice numere naturale a, b, c colorate la fel, numărul $a + 3b + 9c$ are aceeași culoare cu a, b, c . Să se arate că dacă 1, 5 și 9 sunt colorate la fel, atunci 1 și 2009 au aceeași culoare.

Marius Perianu