Concursul Național de Matematică
"Arhimede"
Ediția a VII-a. Etapa I din 28 noiembrie 2009
Clasa a VI-a

I.Fie $a = 8^3 : 2^7 + (11 \cdot 2^2)^2 : 44$ și $b = 3^4 \cdot 2^2 - 3^2 \cdot 2^5$

(3p) a) Calculați numerele a și b.

(3p) b) Aflați c.m.m.m.c. al numerelor a și b

(3p) c) Să se afle numerele prime x și y știind că verifică relația: $48x + 36y = 396$

II. Fie A, B, C, D, E 5 puncte coliniare în această ordine, astfel încât B este mijlocul lui $[AE]$, C este mijlocul lui $[BE]$ și D este mijlocul lui $[CE]$.

(3p) a) Dacă $DE = 6cm$, aflați AE;

(3p) b) Dacă $AE = 32cm$ aflați BD;

(3p) c) Știind că $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DE]$ au lungimile exprimate în cm prin numere naturale, aflați cea mai mică lungime a lui AE.

III.(9p) Suma a 20 de numere naturale distincte este egală cu 249. Să se arate că produsul celor 20 de numere este divizibil cu 30.

Traian Preda

IV. Fie $x_n = 2^n + 3^n, n \in \mathbb{N}$.

(3p) a) Să se arate că oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$, $x_n \cdot x_{n+1}$ este divizibil cu 5.

(3p) b) Să se arate că $(x_n, x_{n+1}) = 1$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

(3p) c) Să se arate că, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}, x_n$ nu este pătrat perfect.

Traian Preda și N.M. Goșoniu

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează cu un punctaj cuprins între 1 și 10 puncte (la fiecare subiect se acordă 1 punct din oficiu).
Timp de lucru efectiv: 2 ore și 30 minute.