Concursul naţional de matematică

"LAURENŢIU PANAITOPOL"

Bucureşti, 07.11.2009

Clasa a VI-a

1. La o aniversare, tatăl a dăruit familiei sale o cutie cu 175 de bomboane. În prima zi, mama şi cei trei copii au mâncat, fiecare, câte o bomboană. În fiecare din următoarele zile, mama a mâncat câte o bomboană şi fiecare copil a mâncat cu o bomboană mai mult decât a mâncat în ziua precedentă. După câte zile s-au terminat bomboanele din cutie?

2. Aflaţi câte numere de forma $\overline{abcde}$, scrise în baza zece, au simultan următoarele proprietăţi:

i) $a \cdot b \cdot c = p$, *ii*) $d + e = p^2$, *iii*) p este număr prim.

3. Se dau numerele $A = 7 \cdot 17 \cdot 117$ şi $B = 3 \cdot 1183 \cdot 2023$.

a) Determinaţi numărul de divizori naturali ai numărului *A*.

b) Arătaţi că cel mai mic multiplu comun al numerelor *A* şi *B* este pătrat perfect.

4. Pe dreapta *d* se consideră punctele $A_1, A_2, ..., A_{25}$, în această ordine. Distanţa dintre oricare două puncte consecutive este de 1 cm. Determinaţi:

a) numărul de segmente având, fiecare, capetele în câte două dintre punctele $A_1, A_2, ..., A_{25}$ şi mijlocul în punctul A_{13};

b) numărul de segmente având, fiecare, capetele în câte două dintre punctele $A_1, A_2, ..., A_{25}$ şi lungimea egală cu 15 cm.

c) numărul de segmente având, fiecare, capetele în câte două dintre punctele $A_1, A_2, ..., A_{25}$ şi fiecare conţinând punctul A_{13} în interior.

. **Notă**: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se punctează dela 0 la 7.
Timp de lucru: 3 ore efectiv.

Concursul naţional de matematică

“LAURENŢIU PANAITOPOL”

Bucureşti, 07.11.2009

Bareme şi soluţii

Clasa a VI-a

1. Dacă x este numărul de zile în care au fost terminate bomboanele, atunci mama a mâncat *x* bomboane iar copiii au mâncat $3\cdot(1+2+...+x)=3\cdot\frac{x\cdot(x+1)}{2}$ bomboane. **2p**

Obţinem ecuaţia $x+3\cdot\frac{x\cdot(x+1)}{2}=175$. **1 p**

Ecuaţia este echivalentă cu $x\cdot(3x+5)=350$, $x>1$. **2 p**

Verifică numai $x=10$. **2 p**

2. Dacă $p=2$, atunci $\overline{abc}\in\{112,121,211\}$. **1 p**

Deoarece $p^2=4$, atunci $(d,e)\in\{(0,4),(4,0),(1,3),(3,1),(2,2)\}$.

Obţinem $3\cdot 5=15$ numere. **2 p**

Dacă $p=3$, atunci $\overline{abc}\in\{113,131.311\}$ **1 p**

Deoarece $p^2=9$, atunci

$(d,e)\in\{(0,9),(9,0),(1,8),(8,1),(2,7),(7,2),(6,3),(3,6),(4,5),(5,4)\}$

Obţinem $3\cdot 10=30$ numere. **2 p**

Pentru $p\geq 5$, problema nu are soluţii deoarece $d+e<25$.

Finalizare: sunt 45 de numere. **1 p**

3. **a)** Avem $A=3^2\cdot 7\cdot 17\cdot 13$. **2 p**

Numărul de divizori ai lui *A* este egal cu 24. **1 p**

b) Avem $B=7^2\cdot 17^2\cdot 3\cdot 13^2$**. 2 p**

Cel mai mic multiplu comun al numerelor *A* şi *B* este $B=(3\cdot 7\cdot 13\cdot 17)^2$**. 2 p**

4. **a)** Punctul A_{13} este mijlocul segmentului $[A_1A_{25}]$.

În total sunt 12 segmente care au mijlocul în punctul A_{13}. **3 p**

b) Numărul de segmente este egal cu 10. **2 p**

c) Numărul de segmente este egal cu $12\cdot 12=144$. **2 p**