CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
“ PETRU MOROŞAN-TRIDENT ”
“ MEMORIALUL MIRCEA GANGA ”
Ediția a VII-a , Secțiunea A (M_1),
Brăila, 6 - 8.11. 2009

Clasa a VI - a

1. Aflați cifrele a şi b astfel încât $\frac{3^a \cdot 2^b}{\overline{a,b}} = 64$.

Irina Pârlea, Corabia , Olt
Supliment Gazeta Matematică nr.10/2009

2. Aflați cel mai mare număr natural, mai mic decât 2010, care are exact 14 divizori.

Camelia Vlăduțu, Bucureşti
Gazeta Matematică nr.10/2009

3. Fie $\measuredangle AOB, \measuredangle BOC$ unghiuri adiacente şi unghiurile $\measuredangle BOC, \measuredangle COD$ adiacente , interioarele unghiurilor $\measuredangle AOB$ şi $\measuredangle COD$ fiind disjuncte. Fie $(OE$ bisectoarea unghiului $\measuredangle AOB$, $(OG$ bisectoarea unghiului $\measuredangle BOC$ şi $(OF$ bisectoarea unghiului $\measuredangle COD$. Presupunem că $m(\measuredangle GOF)$ este media aritmetică a măsurilor $\measuredangle AOB$ şi $\measuredangle BOC$. Demonstrați că $(OG$ este bisectoarea unghiului $\measuredangle EOF$.

Carmen şi Viorel Botea, Brăila

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 2 ore.

Concursul Interjudetean de Matematica “Petru Morasan – Trident”
“Memorialul Mircea Ganga” – Editia a VII-a

Solutie clasa aVIa

1. Aflați cifrele a şi b astfel încât $\frac{3^a \cdot 2^b}{\overline{a,b}} = 64.$

Irina Pârlea, Corabia , Olt
Supliment Gazeta Matematică nr.10/2009

Soluție şi barem

$3^a \bullet 2^b = 64 \bullet \frac{\overline{ab}}{10} \Leftrightarrow (1p.) 3^a \bullet 2^b = 32 \bullet \frac{\overline{ab}}{5}$

$\Leftrightarrow 3^a \bullet 2^b \bullet 5 = 2^5 \bullet \overline{ab} (1p.) \Rightarrow \overline{ab} \vdots 5 \Rightarrow$

$\Rightarrow b \in \{0,5\} (1p.)$

Daca b=0 $\Rightarrow 3^a \bullet 5 = 2^5 \bullet \overline{a0}$ fals (1p)

Daca b=5 $\Rightarrow 3^a \bullet 2^5 \bullet 5 = 2^5 \bullet \overline{ab} \Rightarrow \overline{a5} = 3^a \bullet 5$ (1p)

$\Rightarrow a = 1 (1p.), ptr.$ a=2 fals; ptr . a$\geq 3 \Rightarrow (1p.)$

$\Rightarrow \overline{a5} = 3^a \bullet 5 \geq 27 \bullet 5 = 135$ fals (1p.)

Deci, a=1, b=5. Mai verifica si a=0 şi b=5.

2. Aflați cel mai mare număr natural, mai mic decât 2010, care are exact 14 divizori.

Camelia Vlăduțu, Bucureşti
Gazeta Matematică nr.10/2009

Soluție şi barem

$14 = 2 \bullet 7 sau 14 = 1 \bullet 14.$ (1p) Pentru $n = p_1^{k_1} ... p_m^{k_m}$, unde $p_1, ..., p_m$ nr prime,

Nr de divizori este $(k_1 + 1)(k_2 + 1)...(k_m + 1).$ (1p)

Deci $m \in \{1,2\} (1p.)$

Daca m=1 $\Rightarrow n = p_1^{k_1} \Rightarrow k_1 + 1 = 14 \Rightarrow k_1 = 13$

$2^{13} = 8192;\ 3^{13} \rangle 2010.$ (1p)

Daca m=2, $n = p_1^{k_1} \bullet p_2^{k_2} \Rightarrow (k_1 + 1)(k_2 + 1) = 2 \bullet 7$

$\Rightarrow k_1 = 1$ si $k_2 = 6$ (1p.)

$2^6 = 64;$ 2010=64$\bullet 31 + 26;$

$2^6 \bullet 21 = 1984 < 2010$ (1p.)

$3^6 \bullet 2 = 1458;\ 3^6 \bullet 5 = 3645 > 2010.$

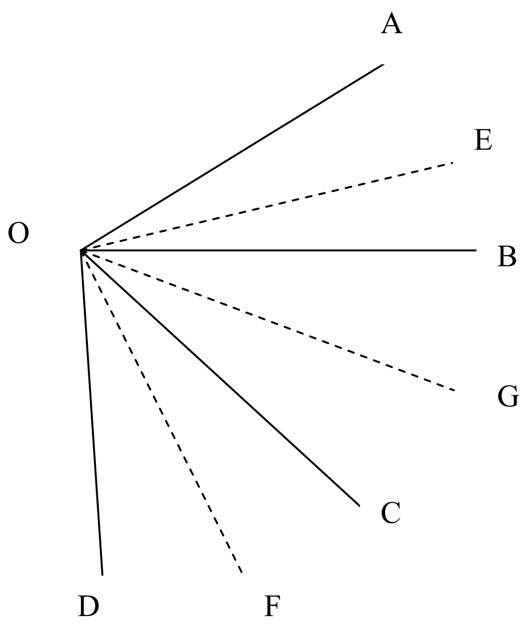
$5^6 > 2010$ (1p.)

Deci, cel mai mare numar cautat este $2^6 \bullet 31 = 1984$.

3. Fie $\measuredangle AOB, \measuredangle BOC$ unghiuri adiacente şi unghiurile $\measuredangle BOC, \measuredangle COD$ adiacente , interioarele unghiurilor $\measuredangle AOB$ şi $\measuredangle COD$ fiind disjuncte. Fie$\left(OE\right.$ bisectoarea unghiului $\measuredangle AOB$, $\left(OG\right.$ bisectoarea unghiului$\measuredangle BOC$ şi $\left(OF\right.$ bisectoarea unghiului $\measuredangle COD$. Presupunem că $m\left(\measuredangle GOF\right)$este media aritmetică a măsurilor $\measuredangle AOB$ şi $\measuredangle BOC$. Demonstrați că $\left(OG\right.$ este bisectoarea unghiului$\measuredangle EOF$.

Carmen şi Viorel Botea, Brăila

Soluție şi barem



$$m(\widehat{GOF}) = \frac{m(\widehat{AOB}) + m(\widehat{BOC})}{2} \Leftrightarrow \frac{m(\widehat{BOC}) + m(\widehat{COD})}{2} = \frac{m(\widehat{AOB}) + m(\widehat{BOC})}{2} \Leftrightarrow \widehat{AOB} \equiv \widehat{COD}$$

(1p) (1p)

(1p)

$$m(\widehat{EOG}) = m(\widehat{EOB}) + m(\widehat{BOG}) = \frac{m(\widehat{AOB})}{2} + \frac{m(\widehat{BOC})}{2};$$

(1p) (1p)

$m(\widehat{FOG}) = m(\widehat{GOC}) + m(\widehat{COF}) = \dfrac{m(\widehat{BOC})}{2} + \dfrac{m(\widehat{COD})}{2} \Rightarrow \widehat{EOG} = \widehat{FOG} \Rightarrow (OG$ Este bisectoarea

(1p) (1p) $\sphericalangle$ EOF