CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
“ PETRU MOROȘAN-TRIDENT ”
“ MEMORIALUL MIRCEA GANGA ”
Ediția a VII-a , Secțiunea A (M_1),
Brăila, 6 - 8.11. 2009

Clasa a V a

1. Determinați cifrele a şi b astfel încât $\underbrace{\overline{aa...a}}_{n \text{ ori}}^{2} \cdot b = \underbrace{\overline{bb...b}}_{n \text{ ori}}^{2}$.

D.M. Bătinețu-Giurgiu, Bucureşti

2. Alegem 61 numere naturale nenule, distincte, a căror sumă este 2044. Arătați că printre aceste numere se găseşte cel puțin unul care să reprenzinte cubul unui număr natural.

Ilie Andrei, Piteşti
Gazeta Matematică nr.4/2009

3. Un număr format cu n cifre, $n \geq 2$, se numeşte „stabil” dacă adunat cu răsturnatul său dă un număr de $n+1$cifre egal cu răsturnatul său.

a) Aflați numerele „ stabile ” de două cifre.

b) Arătați că există cel puțin un milion de numere „ stabile ” cu 2009 cifre.

Dan Negulescu, Brăila

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 2 ore.

Concursul Interjudetean de Matematica “Petru Morasan – Trident”
“Memorialul Mircea Ganga” – Editia a VII-a

Clasa a V-a

Barem de corectare

Punctaj

Problema 1 Determinați cifrele a şi b astfel încât $\overline{\underbrace{aa...a}_{n\text{ ori}}}^2 \cdot b = \overline{\underbrace{bb...b}_{n\text{ ori}}}^2$.

D.M. Bătinețu-Giurgiu, Bucureşti

Solutie

$a^2 \bullet 11...1^2 \bullet b = b^2 \bullet 11...1$ 3p

$\Rightarrow a^2=b \Rightarrow b \in \{1,4,9\}$ 1p

$b=1 \Rightarrow a=1$ 1p

$b=4 \Rightarrow a=2$ 1p

$b=9 \Rightarrow a=3$ 1p

Problema 2 Alegem 61 numere naturale nenule, distincte, a căror sumă este 2044. Arătați că printre aceste numere se găseşte cel puțin unul care să reprenzinte cubul unui număr natural.

Ilie Andrei, Piteşti
Gazeta Matematică nr.4/2009

Solutie

Luam cele mai mici numere naturale nenule distincte,care nu sunt cuburi perfecte,in numar de 61:

2,3,4,…..,7,9,10,…..26,28,29,…..63,65. (3p)

Lipsesc $1=1^3, 8=2^3, 27=3^3, 64=4^3$ (1p)

Suma acestora este : 1p

$(1+2+....+65) - (1+8+27+64) = \dfrac{65 \bullet 66}{2}$ $-100=65 \bullet 63-100=2145-100=2045>2044$ 1p

Deci, cel putin un cub perfect exista. 1p

Problema 3 Un număr format cu n cifre, $n \geq 2$, se numeşte „stabil” dacă adunat cu răsturnatul său dă un număr de $n+1$ cifre egal cu răsturnatul său.

a) Aflați numerele „ stabile ” de două cifre.
b) Arătați că există cel puțin un milion de numere „ stabile ” cu 2009 cifre.

Concursul Interjudetean de Matematica “Petru Morasan – Trident”
“Memorialul Mircea Ganga” – Editia a VII-a

Dan Negulescu, Brăila

Solutie

a)Avem $\overline{ab}+\overline{ba}=\overline{xyx} \Leftrightarrow$ x=1 (1p)

Deci 11(a+b)= $\overline{1y1}$ (1p)

y = 2

si a+b =11 (1p)

In concluzie numerele sunt 29,38,47,56,65,74,83,92. (1p)

b)Exemplu de numar “stabil” cu 2009 cifre: $2\overbrace{00...0}^{1001}290290\overbrace{0...0}^{1001}9$

Se pot inlocui,simetric 2 zerouri cu 29 s.a.m.d. pana cel mult

$20\underbrace{2929.......29}_{1002}0\underbrace{29.....29}_{1002}09$

Deci,se pot obtine $4\cdot\dfrac{500\cdot 501}{2}$ numere, deci cel putin 1 milion de numere.

(3p)