

**Matematică**  
**Programa de bacalaureat –2010**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică.  
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică.

Statutul disciplinei: Matematica este disciplină obligatorie.

**CLASA a IX-a - 4 ore / săptăm. (TC+CD)**

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none"><li><b>Identificarea</b> în limbaj cotidian sau în probleme a unor noțiuni specifice logicii matematice și teoriei mulțimilor</li><li><b>Utilizarea</b> proprietăților algebrice ale numerelor, a estimărilor și aproximărilor în contexte variate</li><li><b>Alegerea</b> formei de reprezentare a unui număr real și utilizarea de algoritmi pentru optimizarea calcului cu numere reale</li><li><b>Caracterizarea</b> unor mulțimi de numere și a relațiilor dintre acestea utilizând limbajul logicii matematice și teoria mulțimilor</li><li><b>Analiza</b> unor contexte uzuale și matematice (de exemplu: redactarea soluției unei probleme) utilizând limbajul logicii matematice și teoria mulțimilor</li><li><b>Transpunerea</b> unei situații problemă în limbaj matematic, rezolvarea problemei și interpretarea rezultatului</li></ol>	<p><b>Mulțimi și elemente de logică matematică</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos, partea întreagă, partea fracționară a unui număr real; operații cu intervale de numere reale.</li><li>Propoziție, predicat, cuantificatori.</li><li>Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și cu relațiile dintre mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate, regulile lui De Morgan).</li><li>Tipuri de raționamente logice: inducția matematică. Probleme de numărare.</li></ul>
<ol style="list-style-type: none"><li><b>Recunoașterea</b> unor corespondențe care sunt șiruri, progresii, funcții</li><li><b>Utilizarea</b> unor modalități variate de descriere a funcțiilor în scopul caracterizării acestora</li><li><b>Descrierea</b> unor șiruri/funcții utilizând reprezentarea geometrică a unor cazuri particulare și raționament inductiv</li><li><b>Caracterizarea</b> unor șiruri folosind reprezentarea grafică sau proprietăți algebrice</li><li><b>Analiza</b> unor valori particulare în vederea determinării formei analitice a unei funcții definite pe <math>\mathbb{N}</math> prin raționament de tip inductiv</li><li><b>Transpunerea</b> unor situații-problemă în limbaj matematic utilizând funcții definite pe <math>\mathbb{N}</math></li></ol>	<p><b>Funcții</b></p> <p><b>Funcții definite pe mulțimea numerelor naturale <math>\mathbb{N}</math> (șir)</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>Modalități de a defini un șir, șiruri mărginite, șiruri monotone; exemple simple</li><li>Tipuri de șiruri: progresii aritmetice, progresii geometrice, formula termenului general în funcție de un termen dat și rație, suma primilor <math>n</math> termeni ai unei progresii</li><li>Condiția ca <math>n</math> numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică pentru <math>n \geq 3</math>.</li></ul>

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none"> <li><b>Identificarea</b> valorilor unei funcții folosind reprezentarea grafică</li> <li><b>Caracterizarea</b> egalității a două funcții prin utilizarea unor modalități variate de descriere a funcțiilor</li> <li><b>Operarea</b> cu funcții reprezentate în diferite moduri și caracterizarea calitativă a acestor reprezentări</li> <li><b>Caracterizarea</b> unor funcții prin utilizarea graficului funcției și a ecuației asociate</li> <li><b>Analiza</b> unor situații practice și descrierea lor cu ajutorul funcțiilor</li> <li><b>Deducerea</b> unor proprietăți ale funcțiilor numerice prin lectură grafică</li> </ol>	<p><b>Funcții; lecturi grafice</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Reper cartezian, produs cartezian; reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane. Drepte în plan de forma <math>x = m</math>, sau <math>y = m</math>, <math>m \in \mathbb{R}</math>.</li> <li>Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, lecturi grafice. Egalitatea a două funcții, imaginea și preimagea unei mulțimi printr-o funcție, graficul unei funcții, restricții ale unei funcții.</li> <li>Funcții numerice, <math>\mathcal{F} = \{f: D \rightarrow \mathbb{R}, D \subseteq \mathbb{R}\}</math>; proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lecturi grafice: reprezentarea geometrică a graficului, intersecția cu axele de coordonate, rezolvări grafice de ecuații și inecuații de forma <math>f(x) = g(x)</math> (<math>\leq, &lt;, &gt;, \geq</math>), mărginire, paritate, imparitate (simetria graficului față de axa <math>Oy</math> sau față de origine), simetria graficului față de drepte de forma <math>x = m</math>, <math>m \in \mathbb{R}</math> sau față de puncte oarecare din plan, periodicitate, monotonie.</li> <li>Compunerea funcțiilor; exemple cu funcții numerice.</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li><b>Recunoașterea</b> funcției de gradul I descrisă în moduri diferite</li> <li><b>Utilizarea</b> unor metode algebrice și grafice pentru rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor, sistemelor</li> <li><b>Descrierea</b> unor proprietăți desprinse din rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor, sistemelor și reprezentarea grafică a funcției de gradul I</li> <li><b>Exprimarea</b> legăturii între funcția de gradul I și reprezentarea ei geometrică</li> <li><b>Interpretarea</b> graficului funcției de gradul I utilizând proprietățile algebrice ale funcției</li> <li><b>Modelarea</b> unor situații concrete prin utilizarea ecuațiilor și a inecuațiilor</li> </ol>	<p><b>Funcția de gradul I</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Definiție, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația <math>f(x) = 0</math>, reprezentarea grafică a funcției <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a, b \in \mathbb{R}</math></li> <li>Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonia și semnul funcției. Studiul monotoniei prin semnul diferenței <math>f(x_1) - f(x_2)</math> (sau studierea raportului <math>\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}, x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2</math>)</li> <li>Inecuații de forma <math>ax + b \leq 0</math> (<math>\geq, &lt;, &gt;</math>) studiate pe <math>\mathbb{R}</math> sau pe intervale de numere reale.</li> <li>Poziția relativă a două drepte, sisteme de tipul <math display="block">\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}, a, b, c, m, n, p \in \mathbb{R}</math></li> <li>Sisteme de inecuații de gradul I</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li><b>Diferențierea</b> variației liniare/pătratică prin exemple</li> <li><b>Completarea</b> unor tabele de valori necesare pentru trasarea graficului</li> <li><b>Aplicarea</b> unor algoritmi pentru trasarea graficului (trasarea prin puncte semnificative)</li> <li><b>Exprimarea</b> proprietăților unei funcții prin condiții algebrice sau geometrice</li> <li><b>Utilizarea</b> relațiilor lui Viète pentru caracterizarea soluțiilor și rezolvarea unor sisteme</li> <li><b>Utilizarea</b> funcțiilor în rezolvarea unor probleme</li> </ol>	<p><b>Funcția de gradul al II-lea</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Reprezentarea grafică a funcției <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}</math>, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația <math>f(x) = 0</math>, simetria față de drepte de forma <math>x = m, m \in \mathbb{R}</math>.</li> <li>Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma <math display="block">\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}, s, p \in \mathbb{R}</math></li> </ul>

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none"> <li><b>Identificarea</b> unor moduri de variație a datelor</li> <li><b>Determinarea</b> unor funcții care satisfac anumite condiții precizate</li> <li><b>Utilizarea</b> unor algoritmi pentru rezolvarea ecuațiilor și inecuațiilor și pentru reprezentarea grafică a soluțiilor</li> <li><b>Exprimarea</b> prin reprezentări grafice a unor condiții algebrice; exprimarea prin condiții algebrice a unor reprezentări grafice</li> <li><b>Utilizarea</b> unor metode algebrice sau grafice pentru determinarea sau aproximarea soluțiilor ecuației asociate</li> <li><b>Interpretarea</b> informațiilor conținute în reprezentări grafice prin utilizarea de estimări, aproximări și strategii de optimizare</li> </ol>	<p><b>Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Monotonie. Studiul monotoniei prin semnul diferenței <math>f(x_1) - f(x_2)</math>, rata creșterii (descreșterii): <math>\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}</math>, <math>x_1, x_2 \in \mathbb{R}</math>, <math>x_1 \neq x_2</math>, punct de extrem, (vârful parabolei).</li> <li>Poziționarea parabolei față de axa <math>Ox</math>, semnul funcției, inecuații de forma <math>ax^2 + bx + c \leq 0</math> (<math>\geq, &lt;, &gt;</math>) studiate pe <math>\mathbb{R}</math> sau pe intervale de numere reale, interpretare geometrică: imagini și preimagini ale unor intervale (proiecțiile unor porțiuni de parabolă pe axe).</li> <li>Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma <math>\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}</math> <math>a, b, c, m, n \in \mathbb{R}</math></li> <li>Rezolvarea sistemelor de forma <math>\begin{cases} a_1x^2 + b_1x + c_1 = y \\ a_2x^2 + b_2x + c_2 = y \end{cases}</math>, <math>a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 \in \mathbb{R}</math>, interpretare geometrică</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li><b>Identificarea</b> elementelor de geometrie vectorială în diferite contexte</li> <li><b>Transpunerea</b> unor operații cu vectori în contexte geometrice date</li> <li><b>Utilizarea</b> operațiilor cu vectori pentru a descrie o problemă practică</li> <li><b>Utilizarea</b> limbajului calculului vectorial pentru a descrie configurații geometrice</li> <li><b>Identificarea</b> condițiilor necesare pentru ca o configurație geometrică să satisfacă cerințe date</li> <li><b>Aplicarea</b> calculului vectorial în rezolvarea unor probleme</li> </ol>	<p><b>Vectori în plan</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Segment orientat, relația de echipolență, vectori, vectori coliniari.</li> <li>Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului, regula paralelogramului), proprietăți ale operației de adunare, înmulțirea cu scalari, proprietăți ale înmulțirii cu scalari, condiția de coliniaritate, descompunerea după doi vectori dați, necoliniari și nenuli.</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li><b>Descrierea</b> sintetică sau vectorială a proprietăților unor configurații geometrice</li> <li><b>Caracterizarea</b> sintetică sau/și vectorială a unei configurații geometrice date</li> <li><b>Alegerea</b> metodei adecvate de rezolvare a problemelor de coliniaritate, concurență sau de paralelism</li> <li><b>Trecerea</b> de la caracterizarea sintetică la cea vectorială (și invers) a unei configurații geometrice date</li> <li><b>Interpretarea</b> coliniarității, concurenței sau paralelismului în relație cu proprietățile sintetice sau vectoriale ale unor configurații geometrice</li> </ol>	<p><b>Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Vectorul de poziție al unui punct.</li> <li>Vectorul de poziție al punctului care împarte un segment într-un raport dat, teorema lui Thales (condiții de paralelism).</li> <li>Vectorul de poziție al centrului de greutate al unui triunghi (concurența medianelor unui triunghi).</li> <li>Teorema bisectoarei, vectorul de poziție al centrului cercului înscris într-un triunghi; ortocentrul unui triunghi; relația lui Sylvester, concurența înălțimilor.</li> <li>Teorema lui Menelau, teorema lui Ceva.</li> </ul>

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none"> <li><b>Identificarea</b> legăturilor între coordonate unghiulare, coordonate metrice și coordonate carteziane pe cercul trigonometric</li> <li><b>Calculul</b> unor măsuri de unghiuri și arce utilizând relații trigonometrice</li> <li><b>Determinarea</b> măsurii unor unghiuri și a lungimii unor segmente utilizând relații metrice</li> <li><b>Caracterizarea</b> unor configurații geometrice plane utilizând calculul trigonometric</li> <li><b>Determinarea</b> unor proprietăți ale funcțiilor prin lecturi grafice</li> <li><b>Optimizarea</b> calculului trigonometric prin alegerea adecvată a formulelor</li> </ol>	<p><b>Elemente de trigonometrie</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Cercul trigonometric, definirea funcțiilor trigonometrice  <math>\sin, \cos: [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1], \quad \operatorname{tg}: [0; \pi] \setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\} \rightarrow \mathbb{R};</math></li> <li>Definirea funcțiilor trigonometrice:  <math>\sin: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1], \cos: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]</math>  <math>\operatorname{tg}: \mathbb{R} \setminus D \rightarrow \mathbb{R}, \text{ unde } D = \left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}</math>  <math>\operatorname{ctg}: \mathbb{R} \setminus D \rightarrow \mathbb{R} \text{ unde } D = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}</math></li> <li>Formulele de reducere la primul cadran, formule trigonometrice: <math>\sin(a+b), \sin(a-b), \cos(a+b), \cos(a-b), \sin 2a, \cos 2a, \sin a + \sin b, \sin a - \sin b, \cos a + \cos b, \cos a - \cos b</math> (transformarea sumei în produs).</li> </ul> <p><b>Aplicații ale trigonometriei și ale produsului scalar a doi vectori în geometria plană</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Produsul scalar a doi vectori: definiție, proprietăți. Aplicații: teorema cosinusului, condiții de perpendicularitate, rezolvarea triunghiului dreptunghic.</li> <li>Aplicații vectoriale și trigonometrice în geometrie: teorema sinusurilor, rezolvarea triunghiurilor oarecare.</li> <li>Calculul razei cercului înscris și a cercului circumscris în triunghi, calculul lungimilor unor segmente importante din triunghi, calcul de arii.</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li><b>Identificarea</b> unor metode posibile în rezolvarea problemelor</li> <li><b>Aplicarea</b> unor metode diverse pentru optimizarea calculelor de distanțe, unghiuri și arii</li> <li><b>Prelucrarea</b> informațiilor oferite de o configurație geometrică pentru deducerea unor proprietăți ale acesteia</li> <li><b>Analiza</b> unor configurații geometrice pentru optimizarea algoritmilor de rezolvare</li> <li><b>Aplicarea</b> unor metode variate pentru optimizarea calculelor de distanțe, unghiuri și arii</li> </ol>	

## CLASA a X-a - 4 ore / săptăm. (TC+CD)

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none"> <li><b>Identificarea</b> caracteristicilor tipurilor de numere utilizate în algebră și a formei de scriere a unui număr real sau complex în contexte specifice.</li> <li><b>Determinarea</b> echivalenței între forme diferite de scriere a unui număr, compararea și ordonarea numerelor reale.</li> <li><b>Aplicarea</b> unor algoritmi specifici calculului cu numere reale sau complexe pentru optimizarea unor calcule și rezolvarea de ecuații.</li> <li><b>Alegerea</b> formei de reprezentare a unui număr real sau complex funcție de contexte în vederea optimizării calculelor.</li> <li><b>Determinarea</b> unor analogii între proprietățile operațiilor cu numere reale sau complexe scrise în forme variate și utilizarea acestora în rezolvarea unor ecuații.</li> </ol>	<p><b>Mulțimi de numere</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><b>Numere reale:</b> proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real ale unui număr pozitiv, aproximări raționale pentru numere iraționale sau reale.</li> <li>Radical dintr-un număr rațional, proprietăți ale radicalilor.</li> <li>Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operația de logaritmare.</li> <li><b>Mulțimea C.</b> Numere complexe sub formă algebrică, conjugatul unui număr complex, operații cu numere complexe. Interpretarea geometrică a operațiilor de adunare și de scădere a numerelor complexe și a înmulțirii acestora cu un număr real.</li> <li>Rezolvarea în <b>C</b> a ecuației de gradul al doilea cu coeficienți reali. Ecuații bipătrate.</li> <li>Numere complexe sub formă trigonometrică (coordoanate polare în plan), înmulțirea numerelor complexe și interpretare geometrică, ridicarea la putere (formula lui Moivre).</li> <li>Rădăcinile de ordinul <math>n</math> ale unui număr complex. Ecuații binome.</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li><b>Trasarea</b> prin puncte a graficelor unor funcții.</li> <li><b>Prelucrarea</b> informațiilor ilustrate prin graficul unei funcții în scopul deducerii unor proprietăți ale acesteia (monotonie, semn, bijectivitate, inversabilitate, continuitate, convexitate).</li> <li><b>Utilizarea</b> de proprietăți ale funcțiilor în trasarea graficelor și rezolvarea de ecuații.</li> <li><b>Interpretarea</b>, pe baza lecturii grafice, a proprietăților algebrice ale funcțiilor.</li> <li><b>Utilizarea</b> echivalenței dintre bijectivitate și inversabilitate în trasarea unor grafice și în rezolvarea unor ecuații algebrice și trigonometrice.</li> </ol>	<p><b>Funcții și ecuații</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Funcția putere: <math>f: \mathbb{R} \rightarrow D, f(x) = x^n, n \in \mathbb{N}</math> și <math>n \geq 2</math>;</li> <li>Funcția radical: <math>f: D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt[n]{x}, n \in \mathbb{N}, n \geq 2</math>, unde <math>D = [0, \infty)</math> pentru <math>n</math> par și <math>D = \mathbb{R}</math> pentru <math>n</math> impar;</li> <li>Funcția exponențială  <math>f: \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty), f(x) = a^x, a \in (0, \infty), a \neq 1</math>  și funcția logaritmică  <math>f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \log_a x, a \in (0, \infty), a \neq 1</math>,  creștere exponențială, creștere logaritmică;</li> <li>Funcții trigonometrice directe și inverse.</li> <li>Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate; funcții inversabile: definiție, proprietăți grafice, condiția necesară și suficientă ca o funcție să fie inversabilă.</li> <li>Rezolvări de ecuații folosind proprietățile funcțiilor: <ol style="list-style-type: none"> <li>Ecuații iraționale care conțin radicali de ordinul 2 sau 3;</li> <li>Ecuații exponențiale, ecuații logaritmice;</li> <li>Ecuații trigonometrice: <math display="block">\sin x = a, \cos x = a, a \in [-1, 1], \operatorname{tg} x = a, \operatorname{ctg} x = a, a \in \mathbb{R},</math> <math display="block">\sin f(x) = \sin g(x), \cos f(x) = \cos g(x),</math> <math display="block">\operatorname{tg} f(x) = \operatorname{tg} g(x), \operatorname{ctg} f(x) = \operatorname{ctg} g(x),</math> <math display="block">a \sin x + b \cos x = c \text{ unde } a, b, c \text{ nu sunt simultan nule.}</math> </li> </ol> </li> </ul> <p><i>Notă: Pentru toate tipurile de funcții se vor studia: intersecția cu axele de coordonate, ecuația <math>f(x)=0</math>, reprezentarea grafică prin puncte, simetrie, lectura grafică a proprietăților algebrice ale funcțiilor: monotonie, bijectivitate, inversabilitate, semn, concavitate/convexitate.</i></p>

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none"> <li><b>Diferențierea</b> problemelor în funcție de numărul de soluții admise</li> <li><b>Identificarea</b> tipului de formulă de numărare adecvată unei situații problemă date</li> <li><b>Utilizarea</b> unor formule combinatoriale în raționamente de tip inductiv</li> <li><b>Exprimarea</b>, în moduri variate, a caracteristicilor unor probleme în scopul simplificării modului de numărare</li> <li><b>Interpretarea</b> unor situații problemă cu conținut practic cu ajutorul funcțiilor și a elementelor de combinatorică.</li> <li><b>Alegerea</b> strategiilor de rezolvare a unor situații practice în scopul optimizării rezultatelor</li> </ol>	<p><b>Metode de numărare</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Mulțimi finite ordonate. Numărul funcțiilor <math>f: A \rightarrow B</math> unde <math>A</math> și <math>B</math> sunt mulțimi finite.</li> <li>Permutări <ul style="list-style-type: none"> <li>numărul de mulțimi ordonate cu <math>n</math> elemente care se obțin prin ordonarea unei mulțimi finite cu <math>n</math> elemente;</li> <li>numărul funcțiilor bijective <math>f: A \rightarrow B</math> unde <math>A</math> și <math>B</math> sunt mulțimi finite.</li> </ul> </li> <li>Aranjamente <ul style="list-style-type: none"> <li>numărul submulțimilor ordonate cu câte <math>m</math> elemente fiecare, <math>m \leq n</math> care se pot forma cu cele <math>n</math> elemente ale unei mulțimi finite;</li> <li>numărul funcțiilor injective <math>f: A \rightarrow B</math> unde <math>A</math> și <math>B</math> sunt mulțimi finite.</li> </ul> </li> <li>Combinări - numărul submulțimilor cu câte <math>k</math> elemente, unde <math>0 \leq k \leq n</math> ale unei mulțimi finite cu <math>n</math> elemente. Proprietăți: formula combinărilor complementare, numărul tuturor submulțimilor unei mulțimi cu <math>n</math> elemente.</li> <li>Binomul lui Newton.</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li><b>Interpretarea primară</b> a datelor statistice sau probabilistice cu ajutorul calculului financiar, a graficelor și a diagramelor.</li> <li><b>Utilizarea</b> unor algoritmi specifici calculului financiar, statisticii sau probabilităților pentru analiza de caz.</li> <li><b>Transpunerea</b> în limbaj matematic prin mijloace statistice sau probabilistice a unor probleme practice.</li> <li><b>Analiza și interpretarea</b> unor situații practice cu ajutorul conceptelor statistice sau probabilistice.</li> <li><b>Corelarea</b> datelor statistice sau probabilistice în scopul predicției comportării unui sistem prin analogie cu modul de comportare în situații studiate.</li> </ol>	<p><b>Matematici financiare</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Elemente de calcul financiar: procente, dobânzi, TVA.</li> <li>Culegerea, clasificarea și prelucrarea datelor statistice: date statistice, reprezentarea grafică a datelor statistice.</li> <li>Interpretarea datelor statistice prin parametri de poziție: medii, dispersia, abateri de la medie.</li> <li>Evenimente aleatoare egal probabile, operații cu evenimente, probabilitatea unui eveniment compus din evenimente egal probabile.</li> </ul> <p><i>Notă: Aplicațiile vor fi din domeniul financiar: profit, preț de cost al unui produs, amortizări de investiții, tipuri de credite, metode de finanțare, buget personal, buget familial.</i></p>
<ol style="list-style-type: none"> <li><b>Descrierea</b> unor configurații geometrice analitic sau utilizând vectori.</li> <li><b>Descrierea</b> analitică, sintetică sau vectorială a relațiilor de paralelism și de perpendicularitate.</li> <li><b>Utilizarea</b> informațiilor oferite de o configurație geometrică pentru deducerea unor proprietăți ale acesteia și calcul de distanțe și de arii.</li> <li><b>Exprimarea</b> analitică, sintetică sau vectorială a caracteristicilor matematice ale unei configurații geometrice.</li> <li><b>Interpretarea</b> perpendicularității în relație cu paralelismul și minimul distanței.</li> <li><b>Modelarea</b> unor configurații geometrice analitic, sintetic sau vectorial.</li> </ol>	<p><b>Geometrie</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Reper cartezian în plan, coordonate carteziene în plan, distanța dintre două puncte în plan.</li> <li>Coordonatele unui vector în plan, coordonatele sumei vectoriale, coordonatele produsului dintre un vector și un număr real.</li> <li>Ecuatii ale dreptei în plan determinate de un punct și de o direcție dată și ale dreptei determinate de două puncte distincte</li> <li>Condiții de paralelism, condiții de perpendicularitate a două drepte din plan, calcule de distanțe și de arii.</li> </ul>

## CLASA a XI-a - 4 ore / săptăm. (TC+CD)

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Identificarea unor situații practice concrete, care necesită asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces specific domeniului economic sau tehnic</li> <li>2. Asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces</li> <li>3. Aplicarea algoritmilor de calcul în situații practice</li> <li>4. Rezolvarea unor ecuații și sisteme utilizând algoritmi specifici</li> <li>5. Stabilirea unor condiții de existență și/sau compatibilitate a unor sisteme și identificarea unor metode adecvate de rezolvare a acestora</li> <li>6. Optimizarea rezolvării unor probleme sau situații problemă prin alegerea unor strategii și metode adecvate (de tip algebric, vectorial, analitic, sintetic)</li> </ol>	<p><b>Elemente de calcul matriceal și sisteme de ecuații liniare</b></p> <p><b>Permutări</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Noțiunea de permutare, operații, proprietăți.</li> <li>▪ Inversiuni, semnul unei permutări.</li> </ul> <p><b>Matrice</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Tabel de tip matricial. Matrice, mulțimi de matrice.</li> <li>▪ Operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu scalar, proprietăți.</li> </ul> <p><b>Determinanți</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Determinant de ordin <math>n</math>, proprietăți.</li> <li>▪ Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și coliniaritatea a trei puncte în plan.</li> </ul> <p><b>Sisteme de ecuații liniare</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Matrice inversabile din <math>M_n(\mathbb{C})</math>, <math>n \leq 4</math>.</li> <li>▪ Ecuații matriceale.</li> <li>▪ Sisteme liniare cu cel mult 4 necunoscute, sisteme de tip Cramer, rangul unei matrice.</li> <li>▪ Studiul compatibilității și rezolvarea sistemelor: proprietatea Kroneker-Capelli, proprietatea Rouche, metoda Gauss.</li> </ul>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Caracterizarea unor șiruri și funcții utilizând reprezentarea geometrică a unor cazuri particulare</li> <li>2. Interpretarea unor proprietăți ale șirurilor și ale altor funcții cu ajutorul reprezentărilor grafice.</li> <li>3. Aplicarea unor algoritmi specifici calculului diferențial în rezolvarea unor probleme și modelarea unor procese</li> <li>4. Exprimarea cu ajutorul noțiunilor de limită, continuitate, derivabilitate, monotonie, a unor proprietăți cantitative și calitative ale unei funcții</li> <li>5. Studiarea unor funcții din punct de vedere cantitativ și calitativ utilizând diverse procedee: majorări, minorări pe un interval dat, proprietățile algebrice și de ordine ale mulțimii numerelor reale în studiul calitativ local, utilizarea reprezentării grafice a unei funcții pentru verificarea unor rezultate și pentru identificarea unor proprietăți</li> <li>6. Explorarea unor proprietăți cu caracter local și/ sau global ale unor funcții utilizând continuitatea, derivabilitatea sau reprezentarea grafică</li> </ol>	<p><b>Elemente de analiză matematică</b></p> <p><b>Limite de funcții</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Noțiuni elementare despre mulțimi de puncte pe dreapta reală: intervale, mărginire, vecinătăți, dreapta încheiată, simbolurile <math>+\infty</math> și <math>-\infty</math>.</li> <li>▪ Funcții reale de variabilă reală: funcția polinomială, funcția rațională, funcția putere, funcția radical, funcția logaritm, funcția exponențială, funcții trigonometrice directe și inverse.</li> <li>▪ Limita unui șir utilizând vecinătăți, proprietăți.</li> <li>▪ Șiruri convergente: intuitiv, comportarea valorilor unei funcții cu grafic continuu când argumentul se apropie de o valoare dată, șiruri convergente: exemple semnificative: <math>(a^n)_n</math>; <math>(n^a)_n</math>;</li> </ul> $\left( \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^n \right)_n \text{ (fără demonstrație), operații cu șiruri convergente,}$ <p>convergența șirurilor utilizând proprietatea Weierstrass. Numărul <math>e</math>;</p> <p>limita șirului <math>\left( \left( 1 + u_n \right)^{\frac{1}{u_n}} \right)_n</math>, <math>u_n \rightarrow 0</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Limite de funcții: interpretarea grafică a limitei unei funcții într-un punct utilizând vecinătăți, calculul limitelor laterale.</li> <li>▪ Calculul limitelor pentru funcțiile studiate; cazuri exceptate la calculul limitelor de funcții: <math>0/0</math>, <math>\infty/\infty</math>, <math>\infty - \infty</math>, <math>0 \cdot \infty</math>, <math>1^\infty</math>, <math>\infty^0</math>, <math>0^0</math>.</li> <li>▪ Asimptotele graficului funcțiilor studiate: asimptote verticale, oblice.</li> </ul> <p><b>Continuitate</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Interpretarea grafică a continuității unei funcții, studiul continuității în puncte de pe dreapta reală pentru funcțiile studiate, operații cu funcții continue.</li> <li>▪ Semnul unei funcții continue pe un interval de numere reale proprietatea lui Darboux, studiul existenței soluțiilor unor ecuații în <math>\mathbb{R}</math></li> </ul>

Competențe specifice	Conținuturi
<p><b>NOTE:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>În introducerea noțiunilor de limită a unui șir într-un punct și de șir convergent nu se vor introduce definițiile cu <math>\varepsilon</math> și nici teorema de convergență cu <math>\varepsilon</math>.</li> </ul> <p>Se utilizează exprimarea „proprietatea lui...”, „regula lui...”, pentru a sublinia faptul că se face referire la un rezultat matematic utilizat în aplicații, dar a cărui demonstrație este în afara programei.</p>	<p><b>Derivabilitate</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Tangenta la o curbă, derivata unei funcții într-un punct, funcții derivabile, operații cu funcții care admit derivată, calculul derivatelor de ordin I și al II-lea pentru funcțiile studiate.</li> <li>Funcții derivabile pe un interval: puncte de extrem ale unei funcții, teorema lui Fermat, teorema Rolle, teorema Lagrange și interpretarea lor geometrică, consecințe ale teoremei lui Lagrange: derivata unei funcții într-un punct.</li> <li>Regulile lui l'Hospital.</li> <li>Rolul derivatei I în studiul funcțiilor: puncte de extrem, monotonia funcțiilor.</li> <li>Rolul derivatei a II-a în studiul funcțiilor: concavitate, convexitate, puncte de inflexiune.</li> </ul> <p><b>Reprezentarea grafică a funcțiilor</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Rezolvarea grafică a ecuațiilor, utilizarea reprezentării grafice a funcțiilor în determinarea numărului de soluții ale unei ecuații.</li> <li>Reprezentarea grafică a funcțiilor.</li> <li>Reprezentarea grafică a conicelor (cerc, elipsă, hiperbolă, parabolă).</li> </ul>

### CLASA a XII-a - 4 ore / săpt. (TC+CD)

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none"> <li>Identificarea proprietăților operațiilor cu care este înzestrată o mulțime</li> <li>Evidențierea asemănarilor și a deosebirilor dintre proprietățile unor operații definite pe mulțimi diferite și dintre calculul polinomial și cel cu numere</li> <li>1.1 Determinarea și verificarea proprietăților structurilor algebrice, inclusiv verificarea faptului că o funcție dată este morfism sau izomorfism</li> <li>1.2 Folosirea descompunerii în factori a polinoamelor, în probleme de divizibilitate și în rezolvări de ecuații</li> <li>4. Utilizarea proprietăților operațiilor în calcule specifice unei structuri algebrice</li> <li>5.1 Utilizarea structurilor algebrice în rezolvarea unor probleme de aritmetică</li> <li>5.2 Determinarea unor polinoame, funcții polinomiale sau ecuații algebrice care verifică condiții date</li> <li>6.1 Transferarea, între structuri izomorfe, a datelor inițiale și a rezultatelor, pe baza proprietăților operațiilor</li> <li>6.2 Modelarea unor situații practice, utilizând noțiunea de polinom sau de ecuație algebrică</li> </ol>	<p><b>Elemente de algebră</b></p> <p><b>Grupuri</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Lege de compoziție internă (operație algebrică), tabla operației, parte stabilă.</li> <li>Grup, exemple: grupuri numerice, grupuri de matrice, grupuri de permutări, <math>\mathbb{Z}_n</math>.</li> <li>Morfism, izomorfism de grupuri.</li> <li>Subgrup.</li> <li>Grup finit, tabla operației, ordinul unui element.</li> </ul> <p><b>Inele și corpuri</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Inel, exemple: inele numerice <math>(\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C})</math>, <math>\mathbb{Z}_n</math>, inele de matrice, inele de funcții reale.</li> <li>Corp, exemple: corpuri numerice <math>(\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C})</math>, <math>\mathbb{Z}_p</math>, <math>p</math> prim, corpuri de matrice.</li> <li>Morfisme de inele și de corpuri.</li> </ul> <p><b>Inele de polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ</b>  <math>(\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{Z}_p, p \text{ prim})</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Forma algebrică a unui polinom, funcția polinomială, operații (adunarea, înmulțirea, înmulțirea cu un scalar).</li> <li>Teorema împărțirii cu rest; împărțirea polinoamelor, împărțirea cu <math>X - a</math>, schema lui Horner.</li> <li>Divizibilitatea polinoamelor, teorema lui Bézout; c.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. al unor polinoame, descompunerea unor polinoame în factori ireductibili.</li> <li>Rădăcini ale polinoamelor, relațiile lui Viète.</li> <li>Rezolvarea ecuațiilor algebrice cu coeficienți în <math>\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}</math>, ecuații binome, ecuații reciproce, ecuații bipătrate.</li> </ul>



Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Identificarea legăturilor dintre o funcție continuă și derivata sau primitiva acesteia</li> <li>2. Identificarea unor metode de calcul ale integralelor, prin realizarea de legături cu reguli de derivare</li> <li>3. Utilizarea algoritmilor pentru calcularea unor integrale definite</li> <li>4. Explicarea opțiunilor de calcul al integralelor definite, în scopul optimizării soluțiilor</li> <li>5. Folosirea proprietăților unei funcții continue, pentru calcularea integralei acesteia pe un interval</li> </ol> <p>6.1 Utilizarea proprietăților de monotonie a integralei în estimarea valorii unei integrale definite și în probleme cu conținut practic</p> <p>6.2. Modelarea comportării unei funcții prin utilizarea primitivelor sale</p>	<p><b>Elemente de analiză matematică</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Probleme care conduc la noțiunea de integrală.</li> </ul> <p><b>Primitive</b> (antiderivate).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Primitivele unei funcții. Integrala nedefinită a unei funcții, proprietăți ale integralei nedefinite: liniaritate. Primitive uzuale.</li> </ul> <p><b>Integrala definită</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Diviziuni ale unui interval <math>[a, b]</math>, norma unei diviziuni, sistem de puncte intermediare. Sume Riemann, interpretare geometrică. Definiția integrabilității unei funcții pe un interval <math>[a, b]</math>.</li> <li>• Proprietăți ale integralei definite: liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare. Integrabilitatea funcțiilor continue.</li> <li>• Teorema de medie, interpretare geometrică, teorema de existență a primitivelor unei funcții continue.</li> <li>• Formula Leibniz - Newton.</li> <li>• Metode de calcul al integralelor definite: integrarea prin părți, integrarea prin schimbare de variabilă. Calculul integralelor de forma <math>\int_a^b \frac{P(x)}{Q(x)} dx</math>, grad <math>Q \leq 4</math> prin metoda descompunerii în fracții simple.</li> </ul> <p><b>Aplicații ale integralei definite</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aria unei suprafețe plane.</li> <li>• Volumul unui corp de rotație.</li> <li>• Calculul unor limite de șiruri folosind integrala definită.</li> </ul> <p><i>Notă: Se utilizează exprimarea „proprietate” sau „regulă”, pentru a sublinia faptul că se face referire la un rezultat matematic utilizat în aplicații, dar a cărui demonstrație este în afara programei.</i></p>

**NOTĂ:**

*Elaborarea subiectelor pentru bacalaureat se va realiza în conformitate cu prevederile prezentei programe, care este parte a programei școlare IX-XII. Subiectele nu vizează conținutul unui manual anume. Manualul școlar reprezintă doar unul dintre suporturile didactice utilizate de profesori și de elevi care ajută la parcurgerea programei școlare, prin însușirea de cunoștințe și formarea de competențe.*