

Concursul Național de matematică "Arhimede"

Ediția a V-a, etapa finală

19 aprilie 2008

Clasa a VI-a

I.(4p)1) Suma a două numere naturale este 2007. Dacă împărțim numărul mai mare la numărul mai mic obținem restul 223. Aflați cele două numere.

Vasile Tarciniu

(5p)2) Fie $a = \left(\frac{m}{n+p} + \frac{n}{m+p} + \frac{p}{m+n} \right) : \left(\frac{1}{n+p} + \frac{1}{m+p} + \frac{1}{m+n} - \frac{3}{m+n+p} \right)$ unde

$m = 1,2(3)$; $n = 1,3(2)$ și $p = 2004,(5)$.

Sa se arate ca a este un numar natural.

Liviu Opreșescu

II (4p). 1) Aflați \overline{xy} știind că $\frac{\overline{xy} + x}{yx + y} = \frac{17}{19}$.

(5p).2) Aflați \overline{xyz} știind că $\frac{\overline{xyz}}{168} = \frac{\overline{yzx}}{348} = \frac{\overline{zxy}}{816}$

Damian Marinescu

III. Fie irul de numere naturale: 1,2,3,5,8,13,21, 34,

(2p).a) Sa se scrie urmatorii 3 termeni ai irului;

(3p).b) Sa se arate ca suma primilor 2007 termeni ai irului este un numar par..

(4p).c) Sa se arate ca oricum alegem 8 termeni consecutivi ai irului, suma acestora nu este termen al irului.

Liviu Opreșescu

IV.(9p) Fie $\triangle ABC$ un triunghi oarecare și punctele M, N, P pe laturile BC, AC , respectiv AB , astfel încât M este mijlocul laturii BC . Sa se arate ca dati exista trei triunghiuri congruente, cu vârfurile $\{A, P, N\}$, $\{B, P, M\}$ respectiv $\{C, M, N\}$ atunci punctele N și P reprezintă mijloacele laturilor AC respectiv AS . (Se cunoaște faptul ca "în orice triunghi, suma unghiurilor triunghiului este 180°")

Traian Preda

Nota: Timp de lucru: 2 ore și 30 de minute. Toate problemele sunt obligatorii. La fiecare problemă se acordă 1 punct din oficiu.