

ASOCIAȚIA "FLORICA T.CÂMPAN", IAȘI  
SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA - FILIALA IAȘI  
ASOCIAȚIA „RECREAȚII MATEMATICE”, IAȘI  
UNIVERSITATEA "AL. I. CUZA", IAȘI - FACULTATEA DE MATEMATICĂ  
INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI IAȘI

TABĂRA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ  
CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ  
"RECREAȚII MATEMATICE"  
Durău, 28 august 2009

**Clasa a XII-a**

1. Fie șirul  $(x_n)_{n \geq 1}$  definit prin:

$$x_1 \in \left(-\frac{\pi}{4}, 0\right), x_{n+1} = 2x_n - \operatorname{tg} x_n, \forall n \geq 1.$$

Să se studieze existența limitelor:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \text{ și } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{-x_n}.$$

*("Recreații Matematice")*

2. Să se determine funcțiile derivabile  $f : I \rightarrow (0; +\infty)$  și intervalul  $I \subset \mathbb{R}$ , știind că  $f(0) = 1$  și  $f^3(x) + f'(x) = 0$ .

3. Fie funcția  $g : [0; 1] \rightarrow \mathbb{R}$  derivabilă pe  $(0; 1)$  cu  $g(0) = 0$  iar  $f : [0; 1] \rightarrow \mathbb{R}_+$  o funcție cu proprietatea  $f(x) = g'(x)$ ,  $\forall x \in [0; 1]$ .

Să se arate că există cel puțin un punct  $c \in (0; 1)$  astfel încât:

$$\frac{\pi}{2} \cdot g(c) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}c\right) < f(c).$$