

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**  
**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**  
**Probă scrisă la MATEMATICĂ – Proba D**

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

---

**SUBIECTUL I (30p)**

- 5p** 1. Să se determine funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a \neq 0$ , știind că punctele  $A(-1, 0); B(0, 2)$  aparțin graficului funcției.
- 5p** 2. Să se calculeze  $\vec{v} = 4\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$ , unde  $\vec{a} = 5\vec{i} - 7\vec{j}, \vec{b} = -2\vec{i} + 3\vec{j}, \vec{c} = 5\vec{i} + 5\vec{j}$ .
- 5p** 3. Să se calculeze  $\cos 135^\circ + \cos 45^\circ$ .
- 5p** 4. Să se calculeze valoarea expresiei  $E = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ , unde  $x_1, x_2$  sunt soluțiile ecuației  $x^2 - 6x + 4 = 0$ .
- 5p** 5. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $\lg(2^x + 4^x + 4) = 1$ .
- 5p** 6. Să se calculeze  $|2 - 3\sqrt{2}| + |3 - 2\sqrt{2}|$ .

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

Pe mulțimea numerelor naturale se definește legea de compoziție  $x * y = r$ , unde  $r$  este restul împărțirii produsului  $x \cdot y$  la 10. Se admite că legea "\*" este asociativă pe  $\mathbb{N}$ . Se consideră mulțimea  $I = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ .

- 5p** a) Să se arate că  $10 * x = 0, \forall x \in \mathbb{N}$ .
- 5p** b) Să se calculeze  $5 * 5 * 5 * 5 * 5$ .
- 5p** c) Să se arate că  $x * y \in I$ , pentru oricare  $x, y \in I$ .
- 5p** d) Să se demonstreze că legea "\*" determină pe mulțimea  $I \setminus \{5\}$  o structură de grup comutativ.
- 5p** e) Să se calculeze  $2 * 4 * 6 * \dots * 2008 * 2010$ .
- 5p** f) Să se demonstreze că legea "\*" nu admite element neutru.

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p)**

Fie matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

- 5p** a) Să se calculeze  $A^2$ .
- 5p** b) Să se arate că  $\det(A) = \det(A^2)$ .
- 5p** c) Să se determine  $x, y \in \mathbb{R}$  pentru care are loc egalitatea  $A^2 + xA + yI_2 = O_2$ .
- 5p** d) Să se verifice egalitatea  $A + A^2 + A^3 = O_2$ .
- 5p** e) Să se calculeze  $A + A^2 + \dots + A^{28}$ .
- 5p** f) Să se arate că pentru orice  $a \in \mathbb{R}$  matricea  $aI_2 + A$  este inversabilă.

**Examenul de bacalaureat 2009**

**Proba D\_MT3\_M4**

**Probă scrisă la MATEMATICĂ**

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

**BAREM DE CORECTARE ȘI DE NOTARE**

**Subiecte 2009**

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

**SUBIECTUL I**

**30 de puncte**

1)	$x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 3$ Finalizare: $P = \frac{2}{5}$	2p 3p
2)	$1 + 2 + 3 + \dots + 40 = \frac{40 \cdot 41}{2} =$ $= 820$	3p 2p
3)	$\Delta = 16m^2 - 4$ $m \in \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$	2p 3p
4)	Scrierea formulei distanței $d(A, d) = \frac{ 1 + 2 + 1 }{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$	3p 2p
5)	$7^x = y; y^2 - 8y + 7 = 0$ $y_1 = 1 \Rightarrow x_1 = 0$ $y_2 = 7 \Rightarrow x_2 = 1$	1p 2p 2p
6)	$\cos 135^\circ = -\cos 45^\circ; \sin 135^\circ = \sin 45^\circ$ Finalizare: $\frac{1}{2}\cos 135^\circ + 3\sin 135^\circ = \frac{5\sqrt{2}}{4}$	2p 3p

**SUBIECTUL II**

**30 de puncte**

a)	Din definiția elementului neutru și cum legea este comutativă, avem $x * e = x, \forall x \in \mathbb{Z}$ $(e + 2)x + 2e + a = x, \forall x \in \mathbb{Z}$ de unde $\begin{cases} e + 2 = 1 \\ 2e + a = 0 \end{cases}$ Deci $a = 2$ și $e = -1$ .	1p 2p 2p
b)	$(x * y) * z = x * (y * z), \forall x, y, z \in \mathbb{Z}$ $(x * y) * z = xyz + 2(xy + yz + zx) + 4(x + y + z) + 6$ $x * (y * z) = xyz + 2(xy + yz + zx) + 4(x + y + z) + 6$	1p 2p 2p
c)	$x * y = (x + 2)(y + 2) - 2 \Rightarrow (x + y + 2) * z = (x + y + 4)(z + 2) - 2$ $(x * z) + (y * z) + 2 = (x + 2)(z + 2) - 2 + (y + 2)(z + 2) - 2 + 2 =$ $= (x + y + 4)(z + 2) - 2 = (x + y + 2) * z$	2p 2p 1p
d)	Din $x * x' = (x + 2)(x' + 2) - 2 = -1$ , rezultă $x' = -2 + \frac{1}{x + 2} \in \mathbb{Z}$ pentru $x \in \mathbb{Z}$ $(x + 2)   1$ , adică $(x + 2) \in \{-1, 1\}$ $M = \{-3, -1\}$	2p 2p 1p

e)	Din $x * y = 3$ se obține $(x + 2)(y + 2) = 5$ Finalizare: $(x; y) \in \{(-1; 3), (-3; -7), (3, -1), (-7; -3)\}$	1p 4p
f)	$(-3) * (-3) = a - 3 = (-1) * (-1) \in \{-3, -1\} \Rightarrow a \in \{0, 2\}$ $(-3) * (-1) = (-1) * (-3) = a - 5 \in \{-3, -1\} \Rightarrow a \in \{2, 4\}$ $a = 2$	2p 2p 1p

**SUBIECTUL III**

**30 de puncte**

a)	$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{vmatrix}$ Finalizare: $D = 2$	2p 3p
b)	$a = b \Rightarrow D = \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$ Finalizare: $D = 0$	2p 3p
c)	$D = a^2 - 5a + 6$ $D = 2 \Rightarrow a^2 - 5a + 4 = 0$ $a = 1$ sau $a = 4$	2p 1p 2p
d)	Scăzând prima linie din celelalte două obținem $D = \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 0 & b-a & b^2-a^2 \\ 0 & c-a & c^2-a^2 \end{vmatrix}$ $D = (b-a)(c-a) \cdot \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 0 & 1 & b+a \\ 0 & 1 & c+a \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b)$	2p 3p
e)	$D = (b-a)(c-a)(c-b) = 0 \Rightarrow b-a = 0$ sau $c-a = 0$ sau $c-b = 0$ Finalizare	3p 2p
f)	Dintre cele 3 numere întregi $a, b, c$ , cel puțin două au aceeași paritate, deci diferența lor este număr par. Dar cum $D = (b-a)(c-a)(c-b)$ rezultă că $D$ este număr par	3p 2p