

Oktatási és Kutatási Minisztérium

Matematika tantárgyverseny

Megyei szakasz

2008. március 1.

VII. OSZTÁLY

1. feladat. Igazold, hogy

$$n \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right) \geq (n+1) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n+1} \right),$$

minden $n \geq 1$ természetes szám esetén!

2. feladat. Legyen E egy pont az $ABCD$ négyzet AB oldalán. Az AC átló a DE szakaszt a P pontban metszi. A P pontból a DE egyenesre emelt merőleges a BC oldalt az F pontban metszi. Igazold, hogy $EF = AE + FC$.

3. feladat. Egy iskolában 10 osztály van. Egy osztály minden tanulója pontosan egy-egy tanulót ismer a többi 9 osztály mindegyikéből. Igazold, hogy minden osztályban ugyanannyi tanuló van! (Elfogadjuk, hogy ha az A tanuló ismeri a B tanulót, akkor a B tanuló is ismeri az A tanulót.)

4. feladat. Legyen $M = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, \dots\}$ a 3-mal nem osztható természetes számok halmaza. Az M halmaz $2n$ egymás után következő elemének összege 300. Határozd meg az n természetes szám lehetséges értékeit! (*Gazeta matematică 2007*)

Munkaidő: 3 óra.

Minden feladat kötelező!