

MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ȘI INOVĂRII  
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN ARGHEȘ  
CONCURS PENTRU OCUPAREA POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR DECLARATE  
VACANTE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR

15 IULIE 2009

Centrul de examen Nr. 2  
Probă scrisă la Matematică  
Profesori

Varianta 3

- Toate subiectele sunt obligatorii
- Timpul efectiv de lucru este de 4 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu
- La toate subiectele se cer rezolvări complete

**SUBIECTUL I (20 p)**

Fie matricea  $A = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & 1 + \sqrt{3} \\ 17 - 9\sqrt{3} & 8 - \sqrt{3} \end{pmatrix}$  și mulțimea

$$G = \{X(a) = aA + (1-a)I_2 \mid a \in \mathbb{R}\}$$

- (5p) a) Arătați că  $G$  este o parte stabilă a lui  $M_2(\mathbb{R})$  în raport cu înmulțirea matricelor .
- (5p) b) Calculați  $X\left(\frac{-2009}{6}\right) \cdot X\left(\frac{-2007}{6}\right) \cdot \dots \cdot X\left(\frac{2007}{6}\right) \cdot X\left(\frac{2009}{6}\right)$  .
- (5p) c) Calculați  $X^n(a)$  , unde  $n \in \mathbb{N}^*$
- (5p) d) Dacă  $H \subset G$  ,  $H = \left\{X(a) \mid a > \frac{-1}{6}\right\}$  , arătați că  $(H, \cdot)$  este un grup izomorf cu grupul  $(\mathbb{R}, +)$  .

**SUBIECTUL II (20 p)**

În planul înzestrat cu un reper ortonormat  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  se consideră punctele  $A(a, b)$  ,  $B(a+1, b+3)$  ,  $C(a+4, b+2)$  , unde  $a, b \in \mathbb{R}$  .

- (5p) a) Determinați coordonatele punctului  $E$  , astfel încât  $ABEC$  să fie paralelogram .
- (5p) b) Fie  $D$  simetricul lui  $E$  față de  $C$  . Stabiliți natura patrulaterului  $ABCD$  .
- (5p) c) Se notează cu  $I$  și  $J$  centrele de simetrie ale patrulaterelor  $ABCD$  și  $ABEC$  . Determinați coordonatele punctelor  $I$  și  $J$  .
- (5p) d) Fie  $A', B'$  punctele din plan definite prin  $\overline{CA'} = k \cdot \overline{CA}$  și  $\overline{CB'} = k \cdot \overline{CB}$  , unde  $k > 0$  . Determinați coordonatele punctelor  $A', B'$  și cercetați dacă vectorii  $\overline{A'B'}$  și  $\overline{IJ}$  sunt paraleli .

**MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ȘI INOVĂRII**  
**INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN ARGEȘ**  
**CONCURS PENTRU OCUPAREA POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR DECLARATE**  
**VACANTE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR**  
**15 IULIE 2009**  
**Centrul de examen Nr. 2**

**SUBIECTUL III (20 p)**

Fie șirul  $(I_n)_{n \geq 1}$ ,  $I_n = \int_1^e x(\ln x)^n dx$

- (4p) a) Calculați  $I_1$ .
- (4p) b) Demonstrați că pentru  $\forall n \in N^*$  are loc relația  $2I_n + nI_{n-1} = e^2$ .
- (4p) c) Demonstrați că șirul  $(I_n)_{n \geq 1}$  este descrescător.
- (4p) d) Arătați că  $\frac{e^2}{n+3} \leq I_n \leq \frac{e^2}{n+2}$ ,  $\forall n \in N^*$ .
- (4p) e) Calculați  $\lim_{n \rightarrow \infty} nI_n$ .

**SUBIECTUL IV (30 p)**

- (30p) Examinați structura și valoarea teoretică și practică a programei școlare la matematică, din perspectiva activităților de proiectare, realizare și evaluare la clasă.

Notă : Pentru subiectul de metodică, în acordarea punctajului se iau în considerare și organizarea prezentării, structurarea argumentelor și a exemplurilor, precum și nota personală, creativă a analizei.