

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timpul efectiv de lucru este de 4 ore.

VARIANTA

SUBIECTUL I (30 puncte)

Se consideră numerele reale a_1, a_2, \dots, a_n și funcțiile

$$f, F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + \dots + a_n \cos nx \quad \text{și}$$

$$F(x) = a_1 \sin x + \frac{a_2}{2} \sin 2x + \dots + \frac{a_n}{n} \sin nx, \quad n \in \mathbb{N}^*$$

- demonstrați că funcția F este o primitivă a funcției f pe \mathbb{R}
- arătați că $F(k\pi) = 0$ pentru orice k număr întreg
- să se arate că dacă $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, atunci $F(x) = 0, \forall x \in \mathbb{R}$
- să se arate că dacă $F(x) = 0, \forall x \in \mathbb{R}$ atunci $f(x) = 0, \forall x \in \mathbb{R}$
- arătați că pentru $p, q \in \mathbb{N}^*$, $\int_0^{2\pi} \cos px \cdot \cos qx dx = 0$ dacă $p \neq q$ și
 $\int_0^{2\pi} \cos px \cdot \cos qx dx = \pi$ pentru $p = q$.
- să se arate că dacă $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, atunci $a_1 = a_2 = \dots = a_n = 0$.

SUBIECTUL II (30 puncte)

e) arătați că pentru $p, q \in \mathbb{N}^*$, $\int_0^{2\pi} \cos px \cdot \cos qxdx = 0$ dacă $p \neq q$ și

$$\int_0^{2\pi} \cos px \cdot \cos qxdx = \pi \text{ pentru } p=q.$$

f) să se arate că dacă $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, atunci $a_1 = a_2 = \dots = a_n = 0$.

SUBIECTUL II (30 puncte)

1) Se consideră polinomul

$$f_n(X) = 1 + \frac{X}{1!} + \frac{X(X+1)}{2!} + \dots + \frac{X(X+1) \cdot \dots \cdot (X+n-1)}{n!}, n \in \mathbb{N}^* \text{ iar } A \in M_3(\mathbb{C}), A \neq O_3$$

și $A^{2009} = O_3$.

a) Verificați că $n! f_n(X) = (X+1)(X+2)(X+3) \cdot \dots \cdot (X+n), \forall n \geq 2$.

b) Arătați că $f_n(t) \in \mathbb{Z}, \forall t \in \mathbb{Z}$.

c) Arătați că pentru orice $x \in \mathbb{C}$ matricea $I_3 + xA$ este inversabilă.

d) Arătați că $\det(I_3 + xA) = 1; \forall x \in \mathbb{C}$.

e) Calculați $\det(f_3(A))$.

2) Fie ABC un triunghi dreptunghic cu laturile exprimate prin numere naturale.

a) arătați că raza cercului înscris este număr natural.

b) arătați că aria triunghiului dat este număr natural divizibil cu 6.

e r

SUBIECTUL III (30 puncte)

1. Descrieți la alegere, una dintre următoarele metode de învățământ : *problematizarea, experimentul, simularea, expunerea*, prezentând :

- a) definiția;
- b) caracterizarea problemei;
- c) un exemplu de utilizare a metodei la disciplina matematică.

2. Alegeți unul dintre următoarele mijloace de învățământ ; *calculatorul, fișele de lucru, filmul didactic, aparatele și instrumentele de laborator*, și precizați:

- a) modul său de integrare în activitatea didactică cu elevii (predare/învățare/evaluare);
- b) un exemplu de utilizare adecvată a respectivului mijloc de învățământ la disciplina matematică, pe o temă la alegere.

3. Elaborați pentru disciplina matematică o probă de evaluare sumativă/finală; care să conțină: trei itemi, câte unul, la alegere, dintre următoarele tipuri: de tip pereche; cu un răspuns scurt; cu alegere multiplă; rezolvare de problemă.