- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 4 ore.**

SUBIECTUL I (30 puncte)

1. **(10p)** Se consideră funcția $f:R\to R,\ f(x)=a\cdot|x+1|+|x-1|+(2-a)\cdot x-a-1$, unde $a\in R$.
   a) **(3p)** Să se verifice dacă $f(1)=1$;
   b) **(3p)** Să se studieze continuitatea funcției f;
   c) **(2p)** Să se determine valorile lui a pentru care funcția f este inversabilă;
   d) **(2p)** Să se determine inversa funcției f pentru valorile lui a determinate la punctul c).

2. **(10p)** Să se arate că în orice triunghi ABC are loc relația:
   $a\cdot\cos A+b\cdot\cos B+c\cdot\cos C=\dfrac{abc}{2R^2}$, unde $BC\overset{not}{=}a,\ AC\overset{not}{=}b,\ AB\overset{not}{=}c$, iar R este raza cercului circumscris triunghiului ABC.

3. **(10p)** Fie polinomul $P\in R[X]$, definit prin $P(X)=X^5-7X^4+15X^3+aX^2+bX+c$.
   a) **(4p)** Să se determine valorile parametrilor reali a,b,c astfel încât polinomul P să se dividă cu polinomul $(X^2-4)\cdot(X-1)$;
   b) **(3p)** Să se raționalizeze expresia: $E=\dfrac{1}{\sqrt{u^2\cdot v+u\cdot v^2}-\sqrt{u+v}}$, unde u și v sunt rădăcinile complexe conjugate ale ecuației $P(x)=0$, pentru $a=15,\ b=-76,\ c=52$;
   c) **(3p)** Să se calculeze suma $S=\sum_{k=1}^{5}x_k^n$, unde $x_k, k=\overline{1,5}$, sunt rădăcinile ecuației $P(x)=0$, pentru $a=15,\ b=-76,\ c=52$;

SUBIECTUL II (30 puncte)

1. **(10p)** a) **(5p)** Să se rezolve inecuația: $C_n^3\le 10$;
   b) **(5p)** Să se demonstreze identitatea: $1^2\cdot C_n^1+3^2\cdot C_n^3+5^2\cdot C_n^5+\ldots=n\cdot(n+1)\cdot 2^{n-3}$.

2. **(10p)** În interiorul cubului $ABCDA'B'C'D'$ cu latura de 9 se consideră 1981 puncte.
   a) **(5p)** Să se calculeze distanța de la punctul A la diagonala $A'C$;
   b) **(5p)** Să se demonstreze că printre cele 1981 de puncte considerate există cel puțin două cu proprietatea că distanța dintre ele este mai mică decât 1.

3. **(10p)** Fie șirurile de numere reale $(e_n)_{n\in N^*}$, $(E_n)_{n\in N^*}$, $(g_n)_{n\in N^*}$, definite prin: $e_n=\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$, $E_n=\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{k!}$, $g_n=\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}$, $(\forall)n\in N^*$. Să se arate că:

a) **(4p)** $2<e_n<E_n<3$, $(\forall)n\in N^*$;

b) **(3p)** $\frac{n+1}{n}\cdot e_n\le g_{n+1}\le\frac{n}{n-1}\cdot e_n$, $(\forall)n\in N-\{0,1\}$;

c) **(3p)** $0<e-E_n<\frac{1}{n\cdot n!}$, $(\forall)n\in N^*$, unde $\lim\limits_{n\to\infty}e_n=e$.

SUBIECTUL III

(30 puncte)

1. **(5p)** Ce este planificarea calendaristică?

2. **(10p)** Proiectarea unei unități de învățare pentru liceu poate fi structurată în 6 secvențe de activități (cu finalități precise). Enumerați aceste secvențe, cuvintele-cheie corespunzătoare acestora și întrebările ce evidențiază, din perspectiva elevului, fiecare dintre secvențele unității de învățare.

3. **(15p)** Pentru unitatea de învățare „Elemente de combinatorică", clasa a X-a, programa M1, elaborați:
   a) **(9p)** Un test de evaluare sumativă care să fie format din 9 itemi, dintre care: doi itemi cu alegere multiplă, un item cu alegere duală, un item de tip pereche, doi itemi de completare, trei itemi de tip subiectiv;
   b) **(6p)** Baremul pentru testul elaborat. Baremul trebuie să conțină rezultatele la exercițiile și problemele propuse în test, precum și punctajul aferent.