Proba scrisă la matematică

**Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timpul efectiv de lucru este de 4 ore.**

Varianta 3

SUBIECTUL I (30 puncte)

1) Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}0 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{pmatrix}\in M_3(R)$

a) Să se calculeze A^2, A^3, A^4 — 4 puncte

b) Fie $n\in N^*$. Să se arate că $A^n=I_3$ dacă și numai dacă 4 divide n. — 3 puncte

c) Fie $G=\{A^n / n\in N^*\}$. Să se arate că G, împreună cu operația de înmulțire a matricelor formează un grup comutativ cu 4 elemente. — 3 puncte

d) Demonstrați că (G, •) izomorf cu $(Z_4,+)$ — 3 puncte

e) Să se calculeze det($A+A^2+A^3+...+A^{2009}$) — 2 puncte

2) Fie ABC un triunghi, $C(O,R)$ cercul circumscris ΔABC, H - ortocentrul, G - centrul de greutate și A' punctul diametral opus lui A în $C(O,R)$

a) Arătați că patrulaterul A'BHC este paralelogram. — 4 puncte

b) Dovediți că $\forall$ M din planul (ABC), $\overline{MH}=\overline{MA}+\overline{MB}+\overline{MC}-2\overline{MO}$ — 3 puncte

c) Demonstrați că $\overline{OH}=\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{OC}$ — 3 puncte

d) Să se arate că O, G, H sunt coliniare și OH = 3 OG — 3 puncte

e) Dacă D$\in C(O,R)$, D diferit de A și B, iar H' este ortocentrul ΔABD, atunci demonstrați că $\overline{HH'}=\overline{CD}$ — 2 puncte

SUBIECTUL II (30 puncte)

1) Se consideră funcția $f:R\to R, f(x)=(x-1)(x-3)(x-5)(x-7)$

a) Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^4}$ — 5 puncte

b) Să se determine numărul de rădăcini pentru ecuația $f'(x)=0$ — 4 puncte

c) Să se găsească cele trei rădăcini ale ecuației $f'(x)=0$ — 3 puncte

d) Să se determine valoarea minimă a funcției f — 3 puncte

2) Se consideră șirul $(I_n)_{n\geq 1}, I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2+3x+2}dx$

a) Să se calculeze I_1 — 4 puncte

b) Să se studieze convergența lui I_n — 3 puncte

c) Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} I_n$ — 3 puncte

d) Să se arate că $I_{n+2} + 3I_{n+1} + 2I_n = \frac{1}{n+1}, \forall n \in N^*$ — 3 puncte

e) Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} nI_n$ — 2 puncte

SUBIECTUL III

(30 puncte)

1) Descrieți, la alegere, una dintre următoarele metode de învățământ: demonstrația, expunerea, problematizarea, metoda lucrului cu manualul, prezentând:

a) caracterizarea metodei — 5 puncte

b) un exemplu de utilizare a metodei la matematică. — 5 puncte

2) Elaborați o probă de evaluare sumativă/finală, care să conțină:

a) trei itemi, câte unul, la alegere, dintre următoarele tipuri: rezolvare de probleme, cu răspuns scurt, enunț lacunar, item de tip pereche. — 10 puncte

b) baremul de corectare al probei de evaluare (răspunsul corect pentru fiecare item și distribuirea punctajului de 100 puncte, dintre care 10 puncte se acordă din oficiu). — 10 puncte