

MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ȘI INOVĂRII
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CARAȘ-SEVERIN

CONCURS NAȚIONAL PENTRU OCUPAREA POSTURILOR
DIDACTICE/CATEDRELOR DECLARATE VACANTE/REZERVATE DIN
ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR

15 iulie 2009

Proba scrisă la matematică

Varianta 2

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu
Timp efectiv de lucru este de 4 ore.

SUBIECTUL I (60 puncte)

Problema 1. Fie matricile $A = \begin{pmatrix} 5 & 12 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$ și $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$ cu

$$\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}, \forall n \in \mathbb{N} \text{ și } x_0 = 1, y_0 = 0.$$

(5p) a) Să se determine x_1, y_1, x_2, y_2 .

(5p) b) Să se arate că $x_n + y_n \sqrt{6} = (5 + 2\sqrt{6})^n, \forall n \in \mathbb{N}$

(5p) c) Să se calculeze $x_n^2 - 6y_n^2$

(5p) d) Să se arate că $x_{n+2} - 10x_{n+1} + x_n = 0$

Problema 2. Fie ABCD un patrulater convex oarecare și notăm cu α unghiul unghiul dintre laturile opuse AD și BC

(5p) a) Demonstrați egalitatea: $\cos \alpha = \frac{AC^2 + BD^2 - AB^2 - DC^2}{2AD \cdot BC}$

(5p) b) Dacă β este unghiul ascuțit al diagonalelor demonstrați că:

$$\cos \beta = \frac{|AD^2 + BC^2 - CD^2 - AB^2|}{2AC \cdot BD}$$

(5p) c) Demonstrați că dacă laturile opuse AD și BC sunt perpendiculare atunci $AC^2 + BD^2 = AB^2 + DC^2$

(5p) d) Demonstrați că diagonalele unui patrulater sunt perpendiculare dacă și numai dacă suma pătratelor laturilor opuse este constantă.

Problema 3. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dată de $f(x) = x + \cos x - 1$ și șirul $(a_n)_{n \geq 0}$

definit prin $a_0 = 1, a_{n+1} = \int_0^{a_n} \sin(\pi x) dx$

(5 p) a) Determinați numărul de rădăcini reale ale funcției f

(5 p) b) Arătați că șirul a_n este monoton

(5 p) c) Arătați că șirul a_n este mărginit

(5 p) d) Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

SUBIECTUL II (30 puncte)

Problema 1. Proiectați o unitate de învățare cu tema **DERIVABILITATE** în cadrul căreia să prezentați **numai** următoarele activități de învățare:

- (5 p) a) Definirea derivatei unei funcții într-un punct(exemplificare prin două exemple)
- (5 p) b) Interpretarea geometrică a derivatei unei funcții într-un punct
- (5 p) c) Proprietăți ale funcțiilor derivabile
- (5 p) d) Teoreme de medie, monotonie, convexitate

Problema 2. Elaborați pentru tema **BINOMUL LUI NEWTON** o probă de evaluare care să conțină:

- (5 p) a) Itemi de următoarele tipuri: obiectivi, semiobiectivi și subiectivi
- (5 p) b) Barem de corectare (răspuns corect pentru fiecare item și distribuirea punctajului de 100 de puncte, din care 10 puncte din oficiu)