


Sesiunea I, iulie 2008

Să se calculeze limitele:

- 1** $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^3 + 1}$ [A] -1 [B] 1 [C] 0 [D] ∞ [E] $-\infty$
- 2** $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - x)$ [A] ∞ [B] $-\frac{1}{2}$ [C] 0 [D] 1 [E] $\frac{1}{2}$
- 3** $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x + \cos x}$ [A] 0 [B] 1 [C] ∞ [D] -1 [E] nu există
- 4** $\lim_{n \rightarrow \infty} n \frac{\sqrt[n]{n} - 1}{\ln n}$ [A] $\ln 2$ [B] e [C] 1 [D] ∞ [E] $1/e$
- 5** $\lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{k=1}^n \left(1 + \sin \frac{k}{n^2}\right)$ [A] e [B] \sqrt{e} [C] e^2 [D] 0 [E] ∞

Se consideră funcția $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{(x - 1)(x + 5)}$, unde D este domeniul maxim definiție.

- 6** Mulțimea D este:
 [A] $\mathbb{R} \setminus \{-5\}$ [B] $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ [C] $\mathbb{R} \setminus \{1, -5\}$ [D] \mathbb{R} [E] alt răspuns.
- 7** Numărul de asymptote ale lui f este: [A] 3 [B] 0 [C] 1 [D] 2 [E] 4
- 8** Numărul punctelor de extrem ale lui f este: [A] 1 [B] 2 [C] 3 [D] 4 [E] 0

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 e^{x^2}$

- 9** $f(0)$ este: [A] 0 [B] 1 [C] e [D] $2e$ [E] $4e$
- 10** $f'(0)$ este: [A] e [B] 1 [C] 0 [D] $2e$ [E] $4e$
- 11** Aria mărginită de graficul derivatei lui f , axa Ox și dreptele $x = -1$ și $x = 1$ este:
 [A] 2 [B] e [C] 0 [D] 1 [E] $2e$



Să se calculeze integralele:

12 $\int_0^1 (3x^2 + 2x + 1)dx$ A 0 B 3 C 1 D 2 E 4

13 $\int_0^3 \frac{dx}{x+1+\sqrt{x+1}}$ A $\ln 2$ B $\ln 3$ C $2\ln \frac{3}{2}$ D $\sqrt{3}$ E $\sqrt{5}$

14 $\int_0^\pi \cos x dx$ A -2 B 1 C π D 2π E 0

15 $\int_0^\pi \arcsin(\cos x)dx$ A 0 B π C 2π D 1 E -1

16 $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{1-x}} \sin(\pi x)dx$ A $\frac{1}{2\pi}$ B $\frac{1}{\pi}$ C 0 D -1 E π

Se consideră funcția $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - |x - a|$, $a \in \mathbb{R}$.

17 Mulțimea valorilor lui a pentru care f este derivabilă este:
 A $(0, \infty)$ B \mathbb{R} C $(-\infty, 0]$ D (e, ∞) E \emptyset

18 Mulțimea valorilor lui a pentru care f este convexă este:
 A \mathbb{R} B $(-\infty, 0]$ C $(0, \infty)$ D (e, ∞) E \emptyset

19 Valoarea lui $\sin^2 0 + \cos^2 0$ este: A 0 B 2 C -1 D 1 E 2

Se consideră ecuația $\sin x - \cos x = m$, $m \in \mathbb{R}$.

20 Dacă ecuația admite soluția $x = 0$, atunci m are valoarea:
 A 1 B 0 C -1 D 2 E -2

21 Pentru $m = 0$ soluția ecuației din intervalul $[0, \pi]$ este:
 A 0 B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{\pi}{3}$ D $\frac{\pi}{6}$ E $\frac{\pi}{2}$

22 Mulțimea tuturor valorilor parametrului m pentru care ecuația are soluții este:
 A $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$ B $[-2, 2]$ C $[-1, 1]$ D $[0, 2]$ E $[0, 1]$

Fie numărul complex $z = 1 + i\sqrt{3}$

23 $|z|$ este: A $\sqrt{3}$ B 4 C 2 D -2 E 1

24 Numărul complex z^2 este:
 A $1 - i\sqrt{3}$ B $4 + 2i\sqrt{3}$ C $-2 - 2i\sqrt{3}$ D 1 E $-2 + 2i\sqrt{3}$

25 Dacă $n \in \mathbb{N}$, atunci z^{3n} este:
 A $(1 - i\sqrt{3})^n$ B 8^n C 3^n D $(-8)^n$ E 1



Se consideră punctele $A(1, 1)$, $B(4, 5)$ și $C(2, 3)$

- 26** Lungimea segmentului $[AB]$ este A 5 B $\sqrt{24}$ C $\sqrt{22}$ D $\sqrt{26}$ E 4

- 27** Ecuația dreptei BC este
 A $y = -x$ B $y = x + 2$ C $y = x$ D $y = x + 1$ E $y + x = 1$

- 28** Simetricul punctului A față de dreapta BC este
 A $(-1, 1)$ B $(0, -2)$ C $(1, 2)$ D $(0, 3)$ E $(0, 2)$

Se consideră ecuația $x^3 + x^2 + x + 2 = 0$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .

- 29** $x_1 + x_2 + x_3$ este: A -1 B 1 C 0 D 2 E 3

- 30** $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ este: A 3 B 1 C 0 D 2 E -1

- 31** Numărul rădăcinilor reale ale ecuației date este: A 1 B 2 C 3 D 0 E 4

Fie $m \in \mathbb{R}$ și x_1, x_2 rădăcinile ecuației $4x^2 + 4mx + 2m^2 - 1 = 0$.

- 32** Să se determine x_1 și x_2 pentru $m = -1$.
 A $x_1 = -1, x_2 = 1$ B $x_1 = x_2 = \frac{1}{2}$ C $x_1 = x_2 = -\frac{1}{2}$ D $x_1 = 0, x_2 = -1$
 E $x_1 = x_2 = 1$.

- 33** $x_1 + x_2$ este: A $-\frac{m}{2}$ B m C $-m$ D $\frac{m}{2}$ E 1.

- 34** Dacă radăcinile x_1 și x_2 sunt reale, atunci multimea valorilor expresiei $x_1 + x_2 + 2x_1x_2$ este:
 A $[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$ B \mathbb{R} C $[-\frac{3}{4}, 1]$ D $[-\frac{3}{4}, \frac{3}{2}]$ E $[-\frac{3}{4}, \infty]$.

Se consideră sistemul de ecuații (S) $\begin{cases} mx + y = 0 \\ x + my = 0 \end{cases}$, unde $m \in \mathbb{R}$.

- 35** Soluția sistemului (S) pentru $m = 2$ este:
 A $(1, 1)$ B Nu există C $(1, 0)$ D $(0, 1)$ E $(0, 0)$

- 36** Determinantul sistemului este:
 A $m^2 + 1$ B $m^2 - 1$ C $2m$ D $m + 2$ E 0

- 37** Multimea valorilor parametrului real m pentru care sistemul (S) are soluții $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ care verifică ecuația $x^2 + y = m$ este:
 A $\{0, 2\}$ B $\{-1, 0\}$ C $\{0\}$ D $\{0, 1\}$ E $\{-1, 0, 1\}$



Fie $A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$, unde $a, b \in \mathbb{R}$ și $a^2 + b^2 = 1$.

38 Determinantul matricei A este:

- A 1 B $a+b$ C $a^2 + b^2 + 1$ D 0 E alt răspuns

39 Inversa matricei A este

$$\begin{array}{ll} \text{A} \begin{pmatrix} b & a \\ -a & b \end{pmatrix} & \text{B} \begin{pmatrix} -a & b \\ -b & -1 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{C} \begin{pmatrix} 1/a & -1/b \\ 1/b & 1/a \end{pmatrix} & \text{D} \begin{pmatrix} b & -a \\ a & b \end{pmatrix} \end{array}$$

40 Dacă $a = \cos \frac{\pi}{8}$, atunci A^{2008} este:

$$\begin{array}{ll} \text{A} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & \text{B} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{C} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} & \text{D} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{E} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & \end{array}$$

Se consideră cercul (C) : $x^2 + y^2 = 25$ și dreapta (d) : $3x + 4y = 10$.

41 Centrul cercului (C) este:

- A (1, 1) B (0, 1) C (-1, 0) D (0, 0) E (1, 2)

42 Tangentele la cercul (C) care sunt paralele cu dreapta (d) au ecuațiile:

$$\begin{array}{ll} \text{A} 3x + 4y = 25; \quad 3x + 4y = -25 & \text{B} 3x - 4y = 25; \quad 3x + 4y = -25 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{C} 3x + 4y = 5; \quad 3x + 4y = -5 & \text{D} x + y = 1; \quad x - y = -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{E} x = 5; \quad y = 5. & \end{array}$$

Se consideră grupul multiplicativ (H, \cdot) , $H = (0, \infty)$ și grupul $(G, *)$, unde $G = (-1, 1)$, $x * y = \frac{x+y}{1+xy}$, $x \in (-1, 1)$, $y \in (-1, 1)$. Fie $f : G \rightarrow H$ un izomorfism de grupuri:

43 Elementul neutru al grupului G este:

- A 1 B $\frac{1}{2}$ C $-\frac{1}{2}$ D 0 E alt răspuns.

44 $f(0)$ este: A 0 B 1 C $\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{3}$ E -1

45 Dacă f este funcție continuă, atunci $\lim_{x \searrow -1} f(x) + \lim_{x \nearrow 1} f(x)$ este:

- A 1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D ∞ E alt răspuns.

