

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

	SUBIECTUL I (30p)
5p	1. Bestimme den reellen Teil der komplexen Zahl $(\sqrt{3} + i)^6$.
5p	2. Es sei die Funktion $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$. Berechne $(f \circ f)(512)$.
5p	3. Berechne in der Menge der reellen Zahlen folgende Gleichung $\cos 2x + \sin x = 0$.
5p	4. Es sei die Menge $M = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Bestimme die Anzahl der Tripeln (a, b, c) mit der Eigenschaft, dass $a, b, c \in M$, $a < b < c$.
5p	5. Berechne die Entfernung zwischen den parallelen Geraden die von den Gleichungen $x + 2y = 6$ und $2x + 4y = 11$ bestimmt sind
5p	6. Das Parallelogramm $ABCD$ hat $AB = 1$, $BC = 2$ și $m(\sphericalangle BAD) = 60^\circ$. Berechne das Skalarprodukt $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$.

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

SUBIECTUL II (30p)

1. Für $a, b, c \in \mathbb{R}$, sei das System
$$\begin{cases} ax + by + cz = b \\ cx + ay + bz = a \\ bx + cy + az = c \end{cases}$$
- 5p a) Zeige, dass die Determinante des Systems : $\Delta = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc)$. ist
- 5p b) Löse das System im Fall, dass es lösbar bestimmt ist.
- 5p c) Wenn $a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc = 0$, zeige, dass das System unendlich viele Lösungen (x, y, z) hat, so dass $x^2 + y^2 = z - 1$.
2. Es sei die Menge $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{Z}_4 \right\}$.
- 5p a) Bestimme die Anzahl der Elemente der Menge G .
- 5p b) Gebe ein Beispiel von einer Matrix $A \in G$ mit der Eigenschaft $\det A \neq \hat{0}$ und $\det A^2 = \hat{0}$
- 5p c) Bestimme die Anzahl der Lösungen der Gleichung $X^2 = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}$, $X \in G$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Es sei die Funktion $f: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$

5p a) Bestimme die Gleichung der Asymptoten gegen $+\infty$ an das Schaubild der Funktion f .

5p b) Berechne $f'(x)$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

5p c) Zeige, dass die Funktion f auf dem Intervall $(-\infty, -1)$ konkav ist.

2. Es sei für jede $n \in \mathbb{N}^*$ die Funktion $f_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = |\sin nx|$ und die Zahl $I_n = \int_{\pi}^{2\pi} \frac{f_n(x)}{x} dx$.

5p a) Berechne $\int_0^{\pi} f_2(x) dx$.

5p b) Zeige, dass $I_n \leq \ln 2$.

5p c) Zeige, dass $I_n \geq \frac{2}{\pi} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} \right)$.