

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.
- Minden feladat kötelező. Munkaidő 3 óra. Megjelenés 10 pont.
- Minden feladat teljes megoldását írd a vizsgalapra.

I. FELADAT (30p)

- | | |
|-----------|---|
| 5p | 1. Adott az $(a_n)_{n \geq 1}$ számtani haladvány, amelyben $a_1 = 3$ és $a_3 = 7$. Számítsd ki a haladvány első 10 tagjának összegét! |
| 5p | 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 1$ függvény. Határozd meg azokat az m valós számokat, amelyekre az $A(m, -1)$ pont rajta van az f függvény grafikus képén! |
| 5p | 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\log_5(2x + 3) = 2$ egyenletet! |
| 5p | 4. Számítsd ki egy 5 elemű halmaz 3 elemű részhalmazainak számát! |
| 5p | 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(-1, -2)$, $B(1, 2)$ és $C(2, -1)$ pontok. Számítsd ki a C pont és az AB szakasz felezőpontja közötti távolságot! |
| 5p | 6. Az ABC háromszögben $AB = 8$, $AC = 8$ és $m(\angle A) = 30^\circ$. Számítsd ki az ABC háromszög területét! |

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
II. FELADAT (30p)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok, valamint az

$f: \mathcal{M}_3(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, $f(X) = X^2 - 3X + I_3$ függvény, ahol $X^2 = X \cdot X$.

5p **a)** Számítsd ki: $\det(I_3 + B)$.

5p **b)** Bizonyítsd be, hogy $f(A) = I_3 + B$.

5p **c)** Igazold, hogy $(f(A))^3 = I_3 + 3B + 3B^2$, ahol $(f(A))^3 = f(A) \cdot f(A) \cdot f(A)$.

2. Az egész számok halmazán értelmezzük az $x * y = x + y - 3$ és $x \circ y = (x - 3)(y - 3) + 3$ műveleteket.

5p **a)** Oldd meg az egész számok halmazán az $x \circ x = x * x$ egyenletet!

5p **b)** Határozd meg az a egész számot úgy, hogy teljesüljön az $x \circ a = 3$ egyenlőség bármely x egész szám esetén!

5p **c)** Oldd meg az $\begin{cases} x * (y + 1) = 4 \\ (x - y) \circ 1 = 5 \end{cases}$ egyenletrendszert, ahol $x, y \in \mathbb{Z}$.

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + \frac{3}{x}$ függvény.

5p a) Számítsd ki $f'(x)$ -et, ha $x \in \mathbb{R}^*$.

5p b) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ határértéket!

5p c) Határozd meg az f függvény monotonitási intervallumait!

2. Adott az $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x\sqrt{2-x^2}$ függvény.

5p a) Számítsd ki az f függvény grafikus képének Ox koordinátatengely körüli forgatása által meghatározott forgástest térfogatát!

5p b) Számítsd ki az $\int_0^1 f(x) dx$ értékét!

5p c) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x^2}$ határértéket!