

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ – Proba D

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.
- Minden feladat kötelező. Munkaidő 3 óra. Hivatalból 10 pont jár.
- Minden feladat teljes megoldását írd a vizsgalapra.

	I. FELADAT (30p)
5p	1. Számítsátok ki annak a valószínűségét, hogy kiválasztva egy elemet a $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ halmazból, ez megoldása legyen az $x^2 - 4x + 3 = 0$ egyenletnek.
5p	2. Számítsátok ki az $1 + 2 + 3 + \dots + 40$ összeget.
5p	3. Határozzátok meg az m valós paraméter értékeit úgy, hogy az $x^2 - 4mx + 1 = 0$ egyenletnek legyenek valós gyökei.
5p	4. Számítsátok ki az $A(1, 2)$ pont távolságát a $d: x + y + 1 = 0$ egyenestől.
5p	5. Oldjátok meg \mathbb{R} -en a $7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 = 0$ egyenletet.
5p	6. Számítsátok ki $\frac{1}{2}\cos 135^\circ + 3\sin 135^\circ$ értékét.

II. FELADAT (30p)

Az egész számok halmazán értelmezzük a $*$ műveletet: $x * y = xy + 2x + 2y + a$, $\forall x, y \in \mathbb{Z}$, ahol $a \in \mathbb{Z}$.

- 5p** a) Számítsátok ki $a \in \mathbb{Z}$ értékét, ha a $*$ műveletnek létezik semleges eleme.
- 5p** b) Az $a = 2$ értékre igazoljátok, hogy a $*$ művelet asszociatív.
- 5p** c) Ha $a = 2$ mutassátok ki, hogy $(x + y + 2) * z = (x * z) + (y * z) + 2$ bármely $x, y, z \in \mathbb{Z}$ esetén.
- 5p** d) Ha $a = 2$, határozzátok meg az $M = \{x \in \mathbb{Z} \mid \text{létezik } x' \in \mathbb{Z} \text{ úgy, hogy } x * x' = -1\}$ halmazt.
- 5p** e) Ha $a = 2$, határozzátok meg azokat az $x, y \in \mathbb{Z}$ számokat amelyekre $x * y = 3$.
- 5p** f) Adott a $H = \{-3, -1\}$ halmaz. Határozzátok meg az $a \in \mathbb{Z}$ értékét úgy, hogy bármely $x, y \in H$ esetén következzen, hogy $x * y \in H$.

III. FELADAT (30p)

Az a, b, c valós számok esetén adott a $D = \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$ determináns.

- 5p** a) Számítsátok ki a D determináns értékét, ha $a = 1$, $b = 2$ és $c = 3$.
5p b) Igazoljátok, hogy ha $a = b$, akkor $D = 0$.
5p c) A $b = 2$ és $c = 3$ értékekre határozzátok meg az $a \in \mathbb{R}$ értékét úgy, hogy $D = 2$.
5p d) Igazoljátok, hogy $D = (b - a) \cdot (c - a) \cdot (c - b)$.
5p e) Igazoljátok, hogy ha $D = 0$, akkor legalább kettő az a, b és c számok közül egyenlő egymással.
5p f) Igazoljátok, hogy ha $a, b, c \in \mathbb{Z}$, akkor D egy páros egész szám.