

Ministerul Educatiei, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

	СУБЈЕКАТ I (306)
5p	1. Одредити реални део комплексног броја $(\sqrt{3} + i)^6$.
5p	2. Сматра се функција $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$. Израчунати $(f \circ f)(512)$.
5p	3. Решити у скупу реалних бројева једначину $\cos 2x + \sin x = 0$.
5p	4. Сматра се скуп $M = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Одредити број триплета (a, b, c) са особином да $a, b, c \in M$ и $a < b < c$.
5p	5. Израчунати растојање између паралелних прави једначина $x + 2y = 6$ и $2x + 4y = 11$.
5p	6. Паралелограм $ABCD$ има $AB = 1$, $BC = 2$ и $m(\sphericalangle BAD) = 60^\circ$. Израчунати скаларни производ $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$.

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

СУБЈЕКАТ II (306)

1. За $a, b, c \in \mathbb{R}^*$, сматра се систем
$$\begin{cases} ax + by + cz = b \\ cx + ay + bz = a, \quad x, y, z \in \mathbb{R}. \\ bx + cy + az = c \end{cases}$$

5p a) Доказати да је детерминанта система $\Delta = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc)$.

5p b) Решити систем у случају у коме је одређен компатибилан.

5p c) Знајући да $a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc = 0$, доказати да систем има бесконачан број решења (x, y, z) , тако да $x^2 + y^2 = z - 1$.

2. Сматра се скуп $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{Z}_4 \right\}$.

5p a) Одредити број елемената скупа G .

5p b) Дати пример једне матрице $A \in G$ са особином да $\det A \neq \hat{0}$ и $\det A^2 = \hat{0}$.

5p c) Одредити број решења једначине $X^2 = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}$, $X \in G$.

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

СУБЈЕКАТ III (306)

1. Сматра се функција $f: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$.

5p a) Одредити једначину асимптоте према $+\infty$ графика функције f .

5p b) Израчунати $f'(x)$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

5p c) Доказати да је функција f конкавна на интервалу $(-\infty, -1)$.

2. За било који $n \in \mathbb{N}^*$ сматра се функција $f_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = |\sin nx|$ и број $I_n = \int_{\pi}^{2\pi} \frac{f_n(x)}{x} dx$.

5p a) Израчунати $\int_0^{\pi} f_2(x) dx$.

5p b) Доказати да $I_n \leq \ln 2$.

5p c) Доказати да $I_n \geq \frac{2}{\pi} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} \right)$.