Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Inovării
Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Es sei die arithmetische Folge $(a_n)_{n\geq 1}$ wobei $a_1 = 3$ und $a_3 = 7$. Berechnet die Summe der ersten 10 Glieder der Folge.

5p **2.** Bestimmt die reellen Zahlen m für die der Punkt $A(m,-1)$ dem Schaubild der Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 1$ angehört.

5p **3.** Löst in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\log_5(2x+3) = 2$.

5p **4.** Berechnet die Anzahl der Teilmengen mit 3 Elemente, einer Menge die 5 Elemente hat.

5p **5.** Im kartesischen Koordinatensystem xOy seien die Punkte $A(-1,-2)$, $B(1,2)$ şi $C(2,-1)$. Berechnet die Distanz von dem Punkt C zu dem Mittelpunkt der Strecke AB.

5p **6.** Das Dreieck *ABC hat* $AB = 8$, $AC = 8$ şi $m(\sphericalangle BAC) = 30^\circ$. Berechnet den Flächeninhalt des Dreiecks *ABC*.

SUBIECTUL II (30p)

1. Es seien die Matrizen $A=\begin{pmatrix}3&1&1\\0&3&1\\0&0&3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0&3&4\\0&0&3\\0&0&0\end{pmatrix}$, $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ und die Funktion $f:\mathcal{M}_3(\mathbb{R})\to\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, $f(X)=X^2-3X+I_3$, wobei $X^2=X\cdot X$.

5p **a)** Berechnet $\det(I_3+B)$.

5p **b)** Beweist, dass $f(A)=I_3+B$.

5p **c)** Zeigt, dass $\left(f(A)\right)^3=I_3+3B+3B^2$, wobei $\left(f(A)\right)^3=f(A)\cdot f(A)\cdot f(A)$.

2. In der Menge der ganzen Zahlen $\mathbb{Z}$ definieren wir die Verknüpfungen $x*y=x+y-3$ und $x\circ y=(x-3)(y-3)+3$.

5p **a)** Löst in der Menge der ganzen Zahlen die Gleichung $x\circ x=x*x$.

5p **b)** Bestimmt die ganze Zahl a mit der Eigenschaft, dass $x\circ a=3$, für alle ganzen Zahlen x.

5p **c)** Löst das Gleichungssystem $\begin{cases}x*(y+1)=4\\(x-y)\circ 1=5\end{cases}$, wobei $x,y\in\mathbb{Z}$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Es sei die Funktion $f:\mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + \frac{3}{x}$.

5p **a)** Berechnet $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}^*$.

5p **b)** Berechnet $\lim\limits_{x\to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1}$.

5p **c)** Bestimmt die Monotonieintervalle der Funktion f.

2. Es sei die Funktion $f:[0,1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = x\sqrt{2-x^2}$.

5p **a)** Berechnet das Volumen des Körpers der durch Rotation des Schaubildes der Funktion f, um die *Ox* Achse, entsteht.

5p **b)** Berechnet $\int_0^1 f(x)\,dx$.

5p **c)** Berechnet $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\int_0^x f(t)dt}{x^2}$.