

CONCURSUL "Memorialul Vasile Bușagă"

Ediția a VI-a , 24 ianuarie 2009, Călimănești

Clasa a VII-a

NOTĂ:

1.Toate subiectele sunt obligatorii.

2.Timp de lucru 2 ore.

SUBIECTE:

1.a) Rezolvați ecuația $|2x - \sqrt{5}| = \sqrt{5}x + 1$.

prof. Gheorghe Moțoc și prof. Leon Genoiu

b) Demonstrați că: $\frac{1}{(k+1)\sqrt{k} + k\sqrt{k+1}} = \frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}}$, $k \in \mathbb{N}^*$ și calculați suma:

$$\frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2025\sqrt{2024} + 2024\sqrt{2025}}.$$

prof. Cristina Pîrvuță și prof. Cătălin Badea

2. Determinați numerele naturale x, y, z astfel încât $2^x + 2^y = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot z$.

prof. Florian Smeureanu și prof. Cristian Buican

3. Se dă paralelogramul ABCD cu măsura unghiului A mai mică de 90° . Fie (DE) bisectoarea unghiului ADC, $E \in (CB)$, care intersectează pe AB în I și fie (AG) bisectoarea unghiului DAB, cu $G \in (DC)$, $DE \cap GA = \{H\}$, care intersectează paralela prin E la AB în F.

a) Demonstrați că $DE \perp AG$;

b) Dacă $AD = 6\text{cm}$, $\frac{DH}{HE} = \frac{1}{3}$ și măsura unghiului DGA este 30° , aflați FE.

prof. Cristina Smarandache și prof. Valentin Smarandache

4. În triunghiul ABC, fie punctele $E, F \in (BC)$. Dacă punctele E_1, F_1 și E_2, F_2 sunt proiecțiile punctelor E și F pe laturile [AB], respectiv [AC], iar punctul I aparține bisectoarei unghiului A, demonstrați că: $S_{\Delta IE_1 F_1} = S_{\Delta IE_2 F_2} \Leftrightarrow AB = AC$ (unde S_{ABC} reprezintă aria triunghiului ABC).

prof. Florian Smeureanu și prof. Constantin Bărbășcu