

CONCURSUL Trepte în matematică „Memorialul Vasile Bușagă”

Ediția aVI-a, 24 ianuarie 2009

Clasa a IX-a (M2)

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.

2. Timp efectiv de lucru: 3h.

SUBIECTE:

(25p) I. Rezolvați ecuațiile: a) $x + [x] = 2009$;

b) $x + [x] = \sqrt{2009}$,

unde prin $[a]$ am notat partea întreagă a numărului real a .

*prof. Dobre Dumitru,
prof. Diaconescu Carmen*

(25p) II. a) Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției: $\sqrt{2} + \sqrt{6} < \sqrt{3} + \sqrt{5}$;

b) Să se rezolve ecuația: $|49x - 2009| = |287 - 7x|$;

c) Să se rezolve inecuația: $|2 - 2x| < 2009$;

d) Să se arate că $|x - 2008| + |x - 1| \geq 2007$, $(\forall) x \in \mathbf{R}$.

Prof. Smarandache Valentin și Cristina

(20p) III. a) Să se verifice că $(a - \frac{1}{a})^3 = a^3 - \frac{1}{a^3} - 3(a - \frac{1}{a})$, $(\forall) a \in \mathbf{R}^*$.

b) Arătați că, dacă $a \in \mathbf{R}$, $a \leq -1$, atunci $a \leq \frac{1}{a}$.

c) Dacă $a \in \mathbf{R}$ astfel încât $a - \frac{1}{a} = 2$, calculați $a^3 - \frac{1}{a^3}$.

d) Calculați mediile cunoscute pentru numerele a și $\frac{1}{a}$, $a > 0$.

Prof. Smarandache Valentin și Cristina

(20p) IV. a) Ordonați crescător numerele $a = 2^{-\frac{1}{2}}$, $b = 3^{-\frac{1}{3}}$ și $c = 4^{-\frac{1}{4}}$.

b) Aflați câte numere de trei cifre mai mici decât 2009 sunt divizibile cu 37.

c) Găsiți a 2009-a zecimală a numărului $\frac{1}{14}$.

d) Care este prima zecimală a numărului $5\sqrt{6}$?

Prof. Smarandache Valentin și Cristina