

CONCURSUL Trepte în matematică „Memorialul Vasile Bușagă”

Ediția aVI-a, 24 ianuarie 2009

Clasa a XI-a (M2)

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.

2. Timp efectiv de lucru: 3h.

SUBIECTE:

(25p) I. În sistemul cartezian XOY se consideră punctele $A_n(n, \sqrt{n})$, $n \in \mathbf{N}$.

- a) Să se scrie ecuația dreptei A_1A_4 ;
- b) Să se calculeze perimetrul $\Delta A_0A_1A_4$;
- c) Să se afle aria $\Delta A_0A_1A_n$;
- d) Să se calculeze lungimea unei mediane a $\Delta A_0A_1A_4$.

Prof. Smarandache Valentin și Cristina

(25p) II. Fie matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x & x^2 + x \\ 0 & 1 & 2x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $x \in \mathbf{R}$.

- a) Să se arate că A este inversabilă pentru orice $x \in \mathbf{R}$ și să se găsească inversa;
- b) Să se verifice identitatea $A^{-1}(x) = A(-x)$;
- c) Să se arate că există $m \in \mathbf{R}$ astfel încât $A(x) \cdot A(y) = A(m)$;
- d) Să se calculeze: $A(1) \cdot A(2) \cdot A(3) \cdot \dots \cdot A(2009)$.

Prof. Mătăcuță Dumitru

(20p) III. Se consideră matricea: $A = \begin{pmatrix} 8 & -7 \\ 7 & -6 \end{pmatrix}$.

- a) Să se calculeze $A^2 - 3A + I_2$ și $Tr(A^2)$;
- b) Dacă $XA = I_2$, să se calculeze suma elementelor matricei X ;
- c) Să se calculeze $\det(A^8)$ și $(A - I_2)^{2009}$;
- d) Să se arate că egalitatea $a \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} + b \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 7 & 1 \end{pmatrix} = A$ este imposibilă.

Prof. Pigui Tiberiu și Smarandache Valentin

(20p) IV. Se dă funcția $f: D \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{\ln x}$.

- a) Să se găsească domeniul maxim de definiție al funcției f ;
- b) Să se calculeze $f(e^2) + f\left(\frac{1}{e}\right)$;
- c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$;
- d) Găsiți $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$.

Prof. Smarandache Valentin și Cristina