

# CONCURSUL Trepte în matematică „Memorialul Vasile Bușagă”

Ediția aVI-a, 24 ianuarie 2009

Clasa a X-a (M2)

**NOTĂ:**

**1. Toate subiectele sunt obligatorii.**

**2. Timp efectiv de lucru: 3h.**

**SUBIECTE:**

**(25p) I.** Se dau numerele  $a = \log_2 5$ ,  $b = \log_5 11$ .

- a) Să se calculeze  $[a]$  și  $\{b\}$ ;
- b) Găsiți  $[a+b]$ ;
- c) Să se arate că  $\log_{11} 4 \cdot a \cdot b \in \mathbb{N}$ ;
- d) Să se exprime în funcție de  $a$  și  $b$  numărul  $\log_{11} 22$ .

*Prof. Marin Liana*

**(25p) II.** Se consideră expresia  $E(z) = z^2 + m|z| + n$ ,  $z \in \mathbb{C}$ , iar  $m, n \in \mathbb{Z}$ .

- a) Să se afle  $m$  astfel încât  $E(-1) = E(2)$ ;
- b) Să se afle  $n$  astfel încât  $E(1+i) + E(1-i) = 2\sqrt{2}m$ ;
- c) Pentru  $m = -1$  și  $n = -2$  să se rezolve în  $\mathbb{R}$  ecuația  $E(z) = 0$ ;
- d) Să se arate că  $E(z) + E(\bar{z}) \in \mathbb{R}$ ,  $(\forall) z \in \mathbb{C}$ .

*Prof. Smarandache Valentin,  
Prof. Marin Liana*

**(20p) III.** Se dau ecuațiile:  $2z - 3\bar{z} = 15i - 1$  și  $u^2 = -5 - 12i$ .

- a) Să se scrie sub formă algebrică numărul complex  $\frac{2+i}{3-i} + \frac{3-i}{2+i}$ ;
- b) Să se rezolve ecuația  $2z - 3\bar{z} = 15i - 1$ ;
- c) Să se arate că  $u = (3+2i)^4 + (2+3i)^4$  este număr real;
- d) Să se rezolve, în  $\mathbb{C}$ , ecuația:  $z^2 = -5 - 12i$ .

*Prof. Smarandache Valentin  
Prof. Marin Liana*

**(20p) IV.** a) Să se verifice egalitatea:  $\sqrt[3]{9\sqrt{27}} \cdot \sqrt[3]{27\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt[3]{3^6}} = 27$ ;

b) Să se calculeze media aritmetică și geometrică a numerelor:  $\sqrt[3]{3}, \sqrt[3]{81}$  și  $\sqrt[3]{24}$ ;

c) Să se rezolve ecuația:  $\sqrt{(-x)^2} = \sqrt[3]{-x^3}$ ;

d) Să se afle  $x \in \mathbb{R}$  astfel încât următoarea expresie să fie definită:  $\sqrt{\frac{x^2-1}{x^2-x}}$ .

*Prof. Neacșu Steluța  
Prof. Barbu Daniela*