

# CONCURSUL Trepte în matematică „Memorialul Vasile Bușagă”

Ediția aVI-a, 24 ianuarie 2009

**Clasa a XII-a (M1)**

**NOTĂ:**

**1. Toate subiectele sunt obligatorii.**

**2. Timp efectiv de lucru: 3h.**

**SUBIECTE:**

**(25p) I.** Calculați  $I = \int \frac{e^x(2x^2 + 9x + 11)}{1 + e^x(4x^2 + 10x + 12)} dx$ .

Prof. Smarandache Valentin și  
Cristina

**(20p) II.** Să se rezolve în inelul  $(Z_{12}, +, \cdot)$ , sistemul: 
$$\begin{cases} 4x + 3y + 2z = 3 \\ 3x + 2y + 3z = 2 \\ 2x + 6y + 4z = 6 \end{cases}$$

Prof. Pană Florian

**(20p) III.** Pentru fiecare  $k \in N^*$ ,  $k$  fixat, se consideră mulțimea  $G_k = (-\frac{k+1}{k}, \infty)$  și

corespondența  $\Delta: G_k \times G_k \rightarrow G_k$ , unde  $x\Delta y = kxy + (k+1)x + (k+1)y + k + 1$ .

a) Arătați că  $(G_k, \Delta)$  este grup comutativ.

b) Dovediți că pentru orice  $x, y \in R - [-\frac{k+1}{k}, \infty)$  atunci  $x\Delta y \in G_k$ .

c) Pentru  $k=1$  se consideră  $x_i \in G_1, x_i = \frac{i}{n}, i = \overline{1, n}$  și simetricele lor  $x_i'$ . Să se arate

că  $(x_1 + x_1')\Delta(x_2 + x_2')\Delta(x_3 + x_3')\Delta \dots \Delta(x_n + x_n') = \frac{(A_{2n}^n)^2}{n^n A_{3n}^n} - 2$ .

Prof. Pană Florian

**(25p) IV.** Se consideră funcția  $f: \left[0, \frac{\pi}{3}\right) \rightarrow R$ ,

$$f(x) = \arcsin(\sin x) + \arcsin(\sin 2x) + \arcsin(\sin 3x).$$

1. Să se calculeze primitivele funcției  $f$ .

2. Să se determine imaginea intervalului  $\left[0, \frac{\pi}{3}\right)$  prin funcția  $f$ .

Prof. Pană Florian