

Olimpiada Națională de Matematică
Etapa finală pentru clasele V-VI
Slatina – 30 mai 2009

CLASA a V-a

Problema 1. O mulțime A este alcătuită din 5 numere raționale pozitive. Se știe că mulțimea produselor obținute prin înmulțirea a câte două elemente distincte din A este $\{0,1; 0,15; 0,375; 1; 1,6; 2,5; 3,75; 4; 6; 40\}$. Determinați mulțimea A .

Problema 2. Între clasele a V-a ale unei școli se desfășoară un turneu de fotbal după regulile obișnuite:

- fiecare echipă dispută câte un meci cu fiecare dintre celelalte echipe;
- în cazul unei victorii, echipa învingătoare primește 3 puncte și echipa învinsă nu primește niciun punct, iar în cazul unui meci egal, ambele echipe primesc câte un punct.

La sfârșitul turneului se constată că numărul total de puncte din clasament este 21. Aflați câte echipe au participat la turneu și câte puncte a luat fiecare echipă. Justificați răspunsul.

Problema 3. Determinați toate perechile de numere naturale impare \overline{ab} , \overline{cd} care au proprietatea că prin împărțirea lui \overline{cd} la \overline{ab} se obține restul 2, iar prin împărțirea lui \overline{abcd} la \overline{cd} se obține restul \overline{ab} .

Problema 4. Dacă în construcția din figura 1, alcătuită din 9 bețe de chibrituri, eliminăm trei bețe (de exemplu, cele desenate cu linie subțire), atunci în figura rămasă nu mai apare reprezentat complet niciun triunghi mic.



Figura 1



Figura 2

În construcția din figura 2 sunt 108 bețe și 64 de triunghiuri mici. Determinați numărul minim de bețe care trebuie eliminate, astfel încât în figura rămasă să nu mai existe niciun triunghi mic complet reprezentat.

*Timp de lucru 2 1/2 ore, la care se adaugă 1/2 oră pentru întrebări.
Fiecare problemă este punctată de la 0 la 7 puncte*

CLASA a V-a, SOLUȚII ȘI BAREM DE CORECTARE

Problema 1. O mulțime A este alcătuită din 5 numere raționale pozitive. Se știe că mulțimea produselor obținute prin înmulțirea a câte două elemente distincte din A este $\{0,1; 0,15; 0,375; 1; 1,6; 2,5; 3,75; 4; 6; 40\}$. Determinați mulțimea A .

Soluție. Fie $a < b < c < d < e$ elementele lui A (1 punct).
 Atunci $ab = 0,1$ și $de = 40$ (2 puncte).
 Înmulțind toate produsele avem $(abcde)^4 = 81$ (1 punct).
 Rezultă $abcde = 3$, deci $c = 0,75$ (1 punct).
 Apoi, din $ac = 0,15$ și $ce = 6$ reiese $a = 0,2$, $e = 8$ și, în final, $b = 0,5$, $d = 5$ (2 puncte).

Problema 2. Între clasele a V-a ale unei școli se desfășoară un turneu de fotbal după regulile obișnuite:

- fiecare echipă dispută câte un meci cu fiecare dintre celelalte echipe;
- în cazul unei victorii, echipa învingătoare primește 3 puncte și echipa învinsă nu primește niciun punct, iar în cazul unui meci egal, ambele echipe primesc câte un punct.

La sfârșitul turneului se constată că numărul total de puncte din clasament este 21. Aflați câte echipe au participat la turneu și câte puncte a luat fiecare echipă. Justificați răspunsul.

Soluție. Deoarece într-un meci se câștigă 2 sau 3 puncte, trebuie să se dispute cel puțin 7 și cel mult 10 meciuri (2 puncte).
 Apoi, în cazul în care sunt 2, 3, 4, 5, 6, ... echipe, numărul meciurilor disputate este 1, 2, 6, 10, 15, ..., deci numărul echipelor nu poate fi decât 5 (3 puncte).
 În plus, singura posibilitate ca suma punctelor obținute să fie 21 este ca să existe o victorie și 9 meciuri egale, deci punctajele obținute sunt 6, 4, 4, 4, 3 (2 puncte).

Problema 3. Determinați toate perechile de numere naturale impare de două cifre \overline{ab} , \overline{cd} care au proprietatea că prin împărțirea lui \overline{cd} la \overline{ab} se obține restul 2, iar prin împărțirea lui \overline{abcd} la \overline{cd} se obține restul \overline{ab} .

Soluție. Avem relațiile $\overline{cd} = m\overline{ab} + 2$, $\overline{abcd} = n\overline{cd} + \overline{ab}$ (2 puncte).
 Din a doua relație obținem $99\overline{ab} = (n-1)\overline{cd}$ (1 punct).
 Înlocuind, rezultă $99\overline{ab} = (n-1)m\overline{ab} + 2(n-1)$, deci $n-1$ este divizibil cu \overline{ab} (1 punct).
 Reiese $n-1 = q\overline{ab}$, de unde $99 = q(m\overline{ab} + 2)$ (1 punct).
 Sunt posibile cazurile $m\overline{ab} + 2 = 33$ și $m\overline{ab} + 2 = 99$, ceea ce duce la $\overline{ab} = 31$, $m = 1$, $\overline{cd} = 33$ și $\overline{ab} = 97$, $m = 1$, $\overline{cd} = 99$ (2 puncte).

Problema 4. Dacă în figura 1, alcătuită din 9 bețe de chibrituri, eliminăm trei bețe (de exemplu, cele desenate cu linie subțire), atunci în figura rămasă nu mai apare reprezentat complet niciun triunghi mic.



Figura 1



Figura 2

În construcția din figura 2 sunt 108 bețe și 64 de triunghiuri mici. Determinați numărul minim de bețe care trebuie eliminate, astfel încât în figura rămasă să nu mai existe niciun triunghi mic complet reprezentat.

Soluție. O posibilitate de a „desființa” toate triunghiurile mici este să eliminăm cele 36 de bețe „orizontale” (3 puncte).

Arătăm că aceasta nu este posibil dacă eliminăm mai puține bețe. Pentru aceasta, colorăm alternativ alb/negru triunghiurile fiecărui rând orizontal, începând cu alb de fiecare dată. Fiecare băț eliminat desființează două triunghiuri de culori diferite, sau un singur triunghi. Deoarece numărul triunghiurilor albe este 36 (fiecare rând are cu un triunghi alb mai mult decât negre), trebuie eliminate cel puțin 36 de bețe (4 puncte).

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

REZULTATE FINALE clasa a V-a

Slatina, 29-31 mai 2009

Nr. Crt	Numele si prenumele elevului	SUB.1	SUB.2	SUB.3	SUB.4	TOTAL	Unitatea Scolara	Judetul	Premii ME dCI	Premii SSMR
1	Dărăuță Raluca	3	7	7	3	20	Școala cu clasele I-VIII "A.I.Cuza"	Bacău	I	AUR
2	Cicortaș Șerban	2	7	4	3	16	Colegiul Național "Emanuil Gojdu"	Bihor	II	AUR
3	Săvulescu Claudiu	2	7	4	3	16	Colegiul Național "I. Văcărescu"	Dâmbovița	II	AUR
4	Pana Andreea	0	6	6	3	15	Școala cu clasele I-VIII Nr. 307	București	III	AUR
5	Petric Edgar Cristian	2,5	6	3	3	14,5	Colegiul Național Mihai Eminescu	Satu Mare	MENTIUNE	AUR
6	Cuibus Mihnea	1	7	3	3	14	Școala cu clasele I-VIII "I.Bob"	Cluj	MENTIUNE	AUR
7	Filip Alexandru	1	6	5	2	14	Școala cu clasele I-VIII Nr. 3	Olt	MENTIUNE	AUR
8	Nenciu Andrei	1	7	3	3	14	Școala cu clasele I-VIII Nr.1 Chitila	Ilfov	MENTIUNE	AUR
9	Silav Cristian Alexandru	1	3	7	3	14	Școala cu clasele I-VIII Nr.11 "George Tutoveanu"	Vaslui	MENTIUNE	AUR
10	Similie Mara Alexandra	2	6	3	3	14	Colegiul Național "Dr. I. Meșotă"	Brașov	MENTIUNE	AUR
11	Badea Mihăiță	0,5	7	3	3	13,5	Colegiul Național "Ioniță Asan"	Olt	MENTIUNE	ARGINT
12	Burus Endre	1	7	3	2,5	13,5	Școala cu clasele I-VIII Gen. Nagy Imre	Harghita	MENTIUNE	ARGINT
13	Milea Teodor Daniel	0,5	6	7	0	13,5	Colegiul Dobrogean "Spiru Haret"	Tulcea	MENTIUNE	ARGINT
14	Paraschivescu Tudor	0	5	7	1,5	13,5	Școala cu clasele I-VIII "Elena Cuza"	Neamț	MENTIUNE	ARGINT
15	Belcineanu Alexandru- Ioan	1	7	2	3	13	Colegiul Național "Carol I"	Dolj	MENTIUNE	ARGINT
16	Ceacăreanu Mihai Filip	0	7	5	1	13	Colegiul Național "M. Viteazul"	Prahova	MENTIUNE	ARGINT
17	Ciobanu Anca	0	7	3	3	13	Școala cu clasele I-VIII Nr.2	Caraș- Severin	MENTIUNE	ARGINT
18	Lepădatu Gabriela Anca	0	7	3	3	13	Școala cu clasele I-VIII "I. Basgan"	Vrancea	MENTIUNE	ARGINT
19	Oprea Camelia	0	7	6	0	13	Colegiul National "Samuel von Brukenthal"	Sibiu	MENTIUNE	ARGINT
20	Patrascanu Casian	0	7	3	3	13	Școala cu clasele I-VIII Nr. 56 "Jose Marti"	București	MENTIUNE	ARGINT
21	Popescu Cristiana Maria	1	7	2	3	13	Colegiul Național Traian	Mehedinți	MENTIUNE	ARGINT
22	Raducea-Marin Andrei	0	7	3	3	13	Colegiul Național	Iași	MENTIUNE	ARGINT
23	Răveanu Robert Iulian	2	5	3	3	13	Colegiul Național Traian	Mehedinți	MENTIUNE	ARGINT
24	Sîrca Narcisa Teodora	1	7	2	3	13	Școala cu clasele I-VIII "Silvania"	Sălaj	MENTIUNE	ARGINT

25	Suliman Anca	1	5	7	0	13	Școala cu clasele I-VIII "D. Zamfirescu"	Vrancea	MENTIUNE	ARGINT
26	Vintu I. Ioan Vladimir	1	7	4	1	13	Liceul Teoretic "Ovidius"	Constanța	MENTIUNE	ARGINT
27	Vlad Anca	2	6	3	2	13	Colegiul Național "Carol I"	Dolj	MENTIUNE	ARGINT
28	Zafiu Andrei	0	7	3	3	13	Școala cu clasele I-VIII Nr.14	Argeș	MENTIUNE	ARGINT
29	Buțiu Cristina	1	6	3	2	12	Gimn. "T. Vladimirescu"	Mureș		BRONZ
30	Chiriac Andreea	0	7	3	2	12	Liceul Teoretic "Mihai Eminescu"	Călărași		BRONZ
31	Dima Ioana	1	6	2	3	12	Școala cu clasele I-VIII Nr. 3	Olt		BRONZ
32	Onul Fara Ingrid	0	5	4	3	12	Colegiul Național "P. Rareș"	Bistrița-Năsăud		BRONZ
33	Serea Bogdan	1	7	3	1	12	Școala cu clasele I-VIII Nr.29	Galati		BRONZ
34	Vîntur I. Cristian	2	7	2	0,5	11,5	Colegiul Național M. Sadoveanu	Iași		BRONZ
35	Alexa Laura	1	7	2	1	11	Liceul Teoretic "Nikolaus Lenau"	Timiș		BRONZ
36	Banciu Horia	0	4	4	3	11	Colegiul Național de Informatică Tudor Vianu	București		BRONZ
37	Dorobanțu Răzvan	0	7	3	1	11	Colegiul Dobrogean "Spiru Haret"	Tulcea		BRONZ
38	Franțiu Andrei	0	7	3	1	11	Școala cu clasele I-VIII "Dacia"	Bihor		BRONZ
39	Hristescu Mihai Daniel	0	7	1	3	11	Școala cu clasele I-VIII Nr.1 Voluntari	Ilfov		BRONZ
40	Olaru Sabin	1	7	2	1	11	Colegiul Național de Informatică Tudor Vianu	București		BRONZ
41	Ploscaru Laurențiu	1	7	3	0	11	Școala cu clasele I-VIII "Șerban Voda Cantacuzino"	Vâlcea		BRONZ
42	Ruxandar Nicolae Cătălin	2	2	4	3	11	Colegiul Național "A.T. Laurian"	Botoșani		BRONZ
43	Trifu Arina Cipriana	2	0	6	3	11	Colegiul Național de Informatică Tudor Vianu	București		BRONZ
44	Luca Sebastian-Ioan	2	4	3	1,5	10,5	Școala cu clasele I-VIII "Mihail Kogălniceanu"	Alba		BRONZ
45	Dumitru Philip	0	5	2	3	10	Școala cu clasele I-VIII "Coresi"	Dâmbovița		BRONZ
46	Simion Alexandra Maria	1	6	2	1	10	Scoala cu clasele I - VIII Nr.3	Sibiu		BRONZ
47	Tache Alin	1	6	0	3	10	Școala cu clasele I-VIII "Nicolae Titulescu"	Călărași		BRONZ
48	Muntean Radu	1	5	2	1,5	9,5	Școala cu clasele I-VIII Nr.2	Argeș		BRONZ
49	Andronache Teodor Andrei	2	4	3	0	9	Școala cu clasele I-VIII	Vâlcea		
50	Apolzan Matei	0	0	6	3	9	Colegiul Național de Informatică Tudor Vianu	București		
51	Axenie Theodor	0	7	2	0	9	Colegiul Național de Informatică Tudor Vianu	București		
52	Chițu M. Silvana-Miruna	1	2	6	0	9	Colegiul Național "Nicolae Bălcescu"	Brăila		
53	Cobzaru Raluca	0	6	3	0	9	Școala cu clasele I-VIII Nr. 56 "Jose Marti"	București		
54	Dima Eustatiu	0	6	2	1	9	Școala cu clasele I-VIII Nr. 3	Olt		
55	Lucaciu Cătălin Mihai	0	3	3	3	9	Școala cu clasele I-VIII "Simion Bărnuțiu"	Sălaj		
56	Neagu Robert	3	0	6	0	9	Școala cu clasele I-VIII "George E. Palade"	Buzău		
57	Orlea D. Martina	0	4	5	0	9	Școala cu clasele I-VIII Fănuș Neagu"	Brăila		

58	Pâslaru Diana Edith	1	3	2	3	9	Școala cu clasele I-VIII Nr.1	Bistrița-Năsăud		
59	Pétér Ádám	0	4	2	3	9	Liceul Teoretic Mikes Kelemen	Covasna		
60	Radu Andrei	0	1	2	6	9	Școala cu clasele I-VIII nr.3	Ialomița		
61	Arsenov Branco	0	5	2	1	8	Colegiul Național "Moise Nicoară"	Arad		
62	Buterez David	0	5	3	0	8	Școala cu clasele I-VIII "Vasile Cristoforeanu"	Buzău		
63	Crintea Miruna	0	3	2	3	8	Colegiul Național "Lucian Blaga"	Alba		
64	Popa Vlad Stefan	0	7	0	1	8	Școala cu clasele I-VIII Nr. 172	București		
65	Toader Mihai	1	1	3	3	8	Școala cu clasele I-VIII Nr.1 "Al. Obodescu"	Ialomița		
66	Gramatovici Paul Andrei	1	2	4,5	0	7,5	Colegiul Național de Informatică Tudor Vianu	București		
67	Cotan Paul - Adrian	0	2	2	3	7	Școala cu clasele I-VIII "N. Iorga"	Maramureș		
68	Găvrută Antonia	0	1	3	3	7	Liceul Pedagogic "Dimitrie Tichindeal"	Arad		
69	Georgescu Razvan	1	0	3	3	7	Școala cu clasele I-VIII Nr. 56 "Jose Marti"	București		
70	Neațu Monica	1	0	3	3	7	Școala cu clasele I-VIII Nr.2	Caraș- Severin		
71	Popa Andra Cristina	2	0	2	3	7	Colegiul Național Mihai Eminescu	Satu Mare		
72	Tyekar Dan	0	1	3	3	7	Colegiul Național "V. Lucaciu"	Maramureș		
73	Spătaru Flavia	3	1	2	0,5	6,5	Școala cu clasele I-VIII Ștefan cel Mare	Teleorman		
74	Bod Réka	1	2	2	1	6	Liceul Teoretic Mikes Kelemen	Covasna		
75	Bondar Ioana Elena	0	2	1	3	6	Colegiul Național Calistrat Hogaș	Neamț		
76	Copaciu Tiberiu George	0	2	3	1	6	Liceul Teoretic A.I.Cuza Școala cu clasele I-VIII Nr.27 "Anton Ghermanschi"	Prahova		
77	Folea Rareș	2	1	2	1	6	Școala cu clasele I-VIII "A.I.Cuza"	Brașov		
78	Grosu Iustina	2	1	3	0	6	Școala cu clasele I-VIII "A.I.Cuza"	Bacău		
79	Sabău Vlad Vasile	1	2	2	1	6	Gimn. "G. Coșbuc"	Mureș		
80	Malina Andra Teodora	0,5	0	2	3	5,5	Colegiul Economic E.Gojdu	Hunedoara		
81	Suciu Tudor	0	0	3	2,5	5,5	Colegiul Național "Mircea cel Bătrân"	Constanța		
82	Cuturela Stefan	0	2	2	1	5	Colegiul Național de Informatică Tudor Vianu	București		
83	Dăscăliței I. Ciprian	0	0	2	3	5	Colegiul Național "Ștefan cel Mare"	Suceava		
84	Dobran Robert Andrei	2	2	1	0	5	Școala cu clasele I-VIII Nr. 97	București		
85	Faur Bianca Ioana	0	2	3	0	5	Școala cu clasele I-VIII "Ioan Opreș"	Cluj		
86	Kecs Robert Alfred	0	1	1	3	5	Școala cu clasele I-VIII "I. G. Duca"	Hunedoara		
87	Lazăr Andreea	0	0	2	3	5	Școala cu clasele I-VIII Nr.7	Giurgiu		
88	Palko Botond	0	2	2	1	5	Liceul Teoretic Orbán Balázs	Harghita		
89	Zoican Mihnea	2	1	2	0	5	I.C.H.B.	București		
90	Anghelache Alexandra	1	0	3	0	4	Școala cu clasele I-VIII "C-tin Săvoiu"	Gorj		
91	Cojocariu Sebastian	0	2	2	0	4	Colegiul Național "Mihai Eminescu"	Botoșani		

92	Peșu Gabriel	1	1	2	0	4	Școala cu clasele I-VIII Nr.6	Teleorman		
93	Vlădianu D.C. Cosmin	0	1	2	1	4	Colegiul Național "Ștefan cel Mare"	Suceava		
94	Resmerița Andra Simona	0	1	2	0,5	3,5	Școala cu clasele I-VIII Nr.29	Galați		
95	Gușatu Marian	0	0	2	1	3	Școala cu clasele I-VIII Nr. 3	Olt		
96	Ișfan Ioana	0	0	2	1	3	Școala cu clasele I-VIII "C-tin Săvoiu"	Gorj		
97	Peia Filip	0	0	0	3	3	Școala cu clasele I-VIII Nr. 79 "Acad. Nicolae Teodorescu"	București		
98	Staicu Ruxandra Mihaela	0	0	2	1	3	Școala cu clasele I-VIII Nr.7	Giurgiu		
99	Boncoi Adina Diana	0	0	2	0	2	Școala cu clasele I-VIII Nr.1 "Iorgu Radu"	Vaslui		
100	Nita Bogdan	0	0	2	0	2	Școala cu clasele I-VIII Nr. 79 "Acad. Nicolae Teodorescu"	București		
101	Ciorogariu Radu	0	0	1	0	1	Școala cu clasele I-VIII Nr.22	Timiș		
102	Draghici Cristina	abs	abs	abs	abs	abs	Școala cu clasele I-VIII Nr. 3	Olt		
103	Pricopie Ștefan	abs	abs	abs	abs	abs	Colegiul Național de Informatică Tudor Vianu	București		
104	Zamfirache Teodora	abs	abs	abs	abs	abs	Școala cu clasele I-VIII Nr. 172 "Sf. Andrei"	București		

PREȘEDINTELE COMISIEI DE EVALUARE,

Prof. Cristian ALEXANDRESCU