

**CONCURSUL NAȚIONAL DE OCUPARE A POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR
VACANTE/REZERVATE DIN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR**

21 iulie 2026
Probă scrisă
MATEMATICĂ

Varianta 1

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se punctează orice modalitate de rezolvare corectă a cerințelor, în limita punctajului maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	a) $E\left(2, \frac{1}{2}\right) = 2^{\frac{\log_1 2}{2}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2 2} = 2^{-1} \cdot \frac{1}{2} =$ $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$	3p
	b) $E\left(x^n, y^n\right) = \left(x^n\right)^{\log_{y^n} 2} \cdot \left(y^n\right)^{\log_{x^n} 2} =$ $= x^{\frac{1}{n} \log_y 2} \cdot y^{\frac{1}{n} \log_x 2} = x^{\log_y 2} \cdot y^{\log_x 2} = E(x, y)$, pentru orice $x, y \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$ și orice număr natural nenul n	2p
	c) $E(x, y) = 2^{\log_x y + \log_y x} = 2^{\log_x y + \frac{1}{\log_x y}}$, pentru orice $x, y \in (1, +\infty)$ $x, y \in (1, +\infty) \Rightarrow \log_x y > 0$, deci $\log_x y + \frac{1}{\log_x y} \geq 2$, de unde obținem $E(x, y) \geq 4$, pentru orice $x, y \in (1, +\infty)$	3p
2.	a) MN este mediatoarea segmentului AB, deci $MN \perp AB$ și, cum $BD \perp AC$ și $MN \cap BD = \{M\}$, rezultă că M este ortocentrul triunghiului ABN Cum $M \in AE$, obținem $AE \perp BN$	3p
	b) $NA = NB$, deci $\sphericalangle NAB = \sphericalangle NBA$ $\triangle ABD \equiv \triangle BAE$, de unde obținem $AD = BE$, deci $\frac{AD}{NA} = \frac{BE}{NB}$, de unde rezultă $AB \parallel DE$	2p
	c) $QS \parallel AB \Rightarrow \triangle QES \sim \triangle AEB$, deci $\frac{QS}{AB} = \frac{QE}{AE}$	3p
	$QS \parallel DE \Rightarrow \triangle AQC \sim \triangle AED$, deci $\frac{CQ}{DE} = \frac{AQ}{AE}$, de unde obținem $\frac{CQ}{DE} - \frac{QS}{AB} = \frac{AQ}{AE} - \frac{QE}{AE} = 1$	2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	a) $f = X(X^3 + X^2 + X - 1)$, deci 0 este rădăcină număr întreg a lui f, iar rădăcinile numere întregi ale polinomului $h = X^3 + X^2 + X - 1 \in \mathbb{Z}[X]$, dacă ar exista, ar aparține mulțimii $\{-1, 1\}$	3p
	$h(-1) \neq 0$ și $h(1) \neq 0$, deci polinomul f are o singură rădăcină număr întreg	2p

	b) $m \in \mathbb{C}$, deci $g = (X^2 + 1)q + aX + b$, unde $q \in \mathbb{C}[X]$ și $a, b \in \mathbb{C}$, de unde obținem $i^{26}f(i) = ai + b$ și $(-i)^{26}f(-i) = -ai + b$ Cum $f(i) = -2i$ și $f(-i) = 2i$, obținem $a = 2$ și $b = 0$, deci restul împărțirii polinomului g la $X^2 + 1$ este $2X$, pentru orice număr complex m	3p
	c) $r = x_i$, $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ și, cum $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1$, obținem $r \neq 0$, deci $m \neq 0$; $x_1 x_2 x_3 x_4 = m$, $x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_4 + x_1 x_3 x_4 + x_2 x_3 x_4 = 1$, de unde obținem $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4} = \frac{1}{m}$, deci $\overline{x_1} + \overline{x_2} + \overline{x_3} + \overline{x_4} = \frac{r^2}{m}$, de unde rezultă $m = -r^2$ Cum $r^4 = m$, obținem $m = -1$, pentru care rădăcinile lui f au modulele egale	3p 2p
	2. a) $f'(x) = (2x + 1)e^{\arctg x}$, $x \in \mathbb{R}$ Tangenta are panta egală cu $f'(0) = e^{\arctg 0} = 1$	3p 2p
	b) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)^{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \left((1 + x^2)^{\frac{1}{x}} \cdot e^{\frac{\arctg x}{x}} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\left((1 + x^2)^{\frac{1}{x^2}} \right)^x \cdot e^{\frac{\arctg x}{x}} \right) =$ $= e^0 \cdot e^1 = e$, deoarece $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg x}{x} = 1$	2p 3p
	c) $I_n = \left \int_{-1}^0 (2x + 1)^{n+1} e^{\arctg x} dx \right \leq \int_{-1}^0 2x + 1 ^{n+1} e^{\arctg x} dx \leq \int_{-1}^0 2x + 1 ^{n+1} dx$ $\int_{-1}^0 2x + 1 ^{n+1} dx = \int_{-1}^{-\frac{1}{2}} (-2x - 1)^{n+1} dx + \int_{-\frac{1}{2}}^0 (2x + 1)^{n+1} dx = \frac{1}{n+2}$, pentru orice număr natural nenul n și, cum $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n+2} = 0$, obținem $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

<i>Itemul de completare elaborat:</i> - menționarea competenței specifice evaluate - menționarea activității de învățare în cadrul căreia itemul poate fi utilizat - respectarea formatului itemului - elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare) - respectarea corectitudinii științifice a informației de specialitate	1p 1p 1p 1p 2p
<i>Itemul cu răspuns scurt elaborat:</i> - menționarea competenței specifice evaluate - menționarea activității de învățare în cadrul căreia itemul poate fi utilizat - respectarea formatului itemului - elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare) - respectarea corectitudinii științifice a informației de specialitate	1p 1p 1p 1p 2p
<i>Itemul de tip alegere multiplă elaborat:</i> - menționarea competenței specifice evaluate - menționarea activității de învățare în cadrul căreia itemul poate fi utilizat - respectarea formatului itemului	1p 1p 1p

- elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)	1p
- respectarea corectitudinii științifice a informației de specialitate	2p
<i>Itemul de tip întrebare structurată elaborat:</i>	
- menționarea competenței/competențelor specifice evaluate	1p
- menționarea activității de învățare în cadrul căreia itemul poate fi utilizat	1p
- respectarea formatului itemului	1p
- elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)	1p
- respectarea corectitudinii științifice a informației de specialitate	2p
<i>Itemul de tip rezolvare de probleme elaborat:</i>	
- menționarea competenței specifice evaluate	1p
- menționarea activității de învățare în cadrul căreia itemul poate fi utilizat	1p
- respectarea formatului itemului	1p
- elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)	1p
- respectarea corectitudinii științifice a informației de specialitate	2p