Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că $3i(2+i)+2(2-3i)=1$, unde $i^2=-1$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-5$. Determinați numărul real a pentru care $a+f(a-1)+f(a+1)=0$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{1}{2}\log_2(6x-8)=\log_2 x$.

5p **4.** Se consideră mulțimea $A=\{3,6,9,\ldots,60\}$. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea A, acesta să fie divizibil cu 5.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,2)$, $B(a,0)$ și $C(1,b)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a și b pentru care $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=2\overrightarrow{OA}$.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AC=6$ și $B=\frac{\pi}{3}$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $6\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}2a-1&2&1\\0&-1&-a\\0&2&2a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(3))=0$.

5p **b)** Arătați că $A(a)\cdot A(a)=(2a-1)A(a)$, pentru orice număr real a.

5p **c)** Se consideră matricea $B(n)=A(n)+nI_3$, unde n este număr natural. Determinați numărul natural n pentru care $A(n)\cdot B(n)=2n^2A(n)$.

2. Se consideră polinomul $f=X^4-X^3+aX^2+bX-6$, unde a și b sunt numere reale.

5p **a)** Pentru $a=4$ și $b=0$, arătați că $f(-1)=0$.

5p **b)** Pentru $a=b=1$, determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $g=X^2-X+1$.

5p **c)** Determinați perechile (a,b) de numere naturale pentru care două dintre rădăcinile polinomului f sunt numere opuse.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2\sqrt{2x^2+1}-3\ln\left(2x^2+1\right)$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{4x\left(\sqrt{2x^2+1}-3\right)}{2x^2+1}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că ecuația $f(x)=m$ are exact două soluții, pentru orice $m\in(2,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x^3+\dfrac{1}{x+2}$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^2\left(f(x)-\dfrac{1}{x+2}\right)dx=15$.

5p **b)** Arătați că $\int_1^e\dfrac{4\ln x}{f(x)-4x^3}\,dx=e^2+9$.

5p **c)** Arătați că aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=f\left(e^x\right)-4e^{3x}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$ este egală cu $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{3e}{e+2}$.

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$3i(2+i)+2(2-3i)=6i+3i^2+4-6i=$	**3p**
	$=-3+4=1$	**2p**
2.	$f(a-1)=2a-7$, $f(2a+1)=2a-3$, pentru orice număr real a	**2p**
	$a+2a-7+2a-3=0$, de unde obținem $a=2$	**3p**
3.	$\log_2(6x-8)=\log_2 x^2$, de unde obținem $x^2-6x+8=0$	**2p**
	$x=2$ sau $x=4$, care convin	**3p**
4.	Mulțimea A are 20 de elemente, deci sunt 20 de cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea A sunt 4 numere divizibile cu 5, deci sunt 4 cazuri favorabile, de unde obținem $p=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$	**3p**
5.	$\overrightarrow{OA}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right)$, deci punctul A este mijlocul segmentului BC	**2p**
	$\frac{a+1}{2}=2$, $\frac{0+b}{2}=2$, de unde obținem $a=3$ și $b=4$	**3p**
6.	$\text{tg}B=\frac{AC}{AB}$, deci $\sqrt{3}=\frac{6}{AB}$, de unde obținem $AB=2\sqrt{3}$	**3p**
	$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot AC}{2}=\frac{2\sqrt{3}\cdot 6}{2}=6\sqrt{3}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(3)=\begin{pmatrix}5 & 2 & 1\\ 0 & -1 & -3\\ 0 & 2 & 6\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(3))=\begin{vmatrix}5 & 2 & 1\\ 0 & -1 & -3\\ 0 & 2 & 6\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=-30+0+0-0+30-0=0$	**3p**
b)	$A(a)\cdot A(a)=\begin{pmatrix}(2a-1)^2 & 4a-2 & 2a-1\\ 0 & 1-2a & a-2a^2\\ 0 & -2+4a & -2a+4a^2\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}(2a-1)^2 & 2(2a-1) & 2a-1\\ 0 & -(2a-1) & -a(2a-1)\\ 0 & 2(2a-1) & 2a(2a-1)\end{pmatrix}=(2a-1)A(a)$, pentru orice număr real a	**2p**
c)	$A(n)\cdot B(n)=(3n-1)A(n)$, pentru orice număr natural n	**3p**
	$(3n-1)A(n)=2n^2A(n)$ și, cum n este număr natural, obținem $n=1$	**2p**

2.a)	$f = X^4 - X^3 + 4X^2 - 6 \Rightarrow f(-1) = (-1)^4 - (-1)^3 + 4(-1)^2 - 6 =$ $= 1 + 1 + 4 - 6 = 0$	**3p** **2p**
b)	$f = X^4 - X^3 + X^2 + X - 6 = (X^2 - X + 1)X^2 + X - 6$, deci câtul împărțirii este X^2 Restul este $X - 6$	**3p** **2p**
c)	$x_2 = -x_1$, deci $f(x_1) = f(-x_1) = 0$, de unde rezultă $f(x_1) + f(-x_1) = 0$ și $f(x_1) - f(-x_1) = 0$, de unde obținem $x_1^4 + ax_1^2 - 6 = 0$ și $x_1^3 - bx_1 = 0$ Cum $x_1 \neq 0$, obținem $b = x_1^2$, deci $b(a+b) = 6$ și, cum a și b sunt numere naturale, rezultă că perechile sunt $(1,2)$ și $(5,1)$, care convin	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = \frac{4x}{\sqrt{2x^2+1}} - 3 \cdot \frac{4x}{2x^2+1} =$ $= \frac{4x\sqrt{2x^2+1} - 12x}{2x^2+1} = \frac{4x\left(\sqrt{2x^2+1} - 3\right)}{2x^2+1}$, $x \in \mathbb{R}$	**3p** **2p**
b)	$f(0) = 2$, $f'(0) = 0$ Ecuația tangentei este $y - f(0) = f'(0)(x - 0)$, adică $y = 2$	**2p** **3p**
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$ sau $x = 0$ sau $x = 2$; pentru orice $x \in (-\infty, -2)$, $f'(x) < 0$, deci f este strict descrescătoare pe $(-\infty, -2)$; pentru orice $x \in [-2, 0]$, $f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare pe $[-2, 0]$; pentru orice $x \in [0, 2]$, $f'(x) \leq 0$, deci f descrescătoare pe $[0, 2]$; pentru orice $x \in (2, +\infty)$, $f'(x) > 0$, deci f este strict crescătoare pe $(2, +\infty)$ Cum $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$, $f(0) = 2$ și f este continuă, obținem că ecuația $f(x) = m$ are exact două soluții pentru orice $m \in (2, +\infty)$	**2p** **3p**
2.a)	$\int_1^2 \left(f(x) - \frac{1}{x+2}\right)dx = \int_1^2 4x^3 dx = x^4 \Big\|_1^2 =$ $= 16 - 1 = 15$	**3p** **2p**
b)	$\int_1^e \frac{4\ln x}{f(x) - 4x^3}dx = \int_1^e (4x+8)\ln x dx = \int_1^e (2x^2+8x)' \ln x dx = (2x^2+8x)\ln x \Big\|_1^e - (x^2+8x)\Big\|_1^e =$ $= 2e^2 + 8e - e^2 - 8e + 9 = e^2 + 9$	**3p** **2p**
c)	$g(x) = \frac{1}{e^x+2}$, $x \in (-2, +\infty) \Rightarrow \mathcal{A} = \int_0^1 \|g(x)\| dx = \frac{1}{2}\int_0^1 \left(1 - \frac{e^x}{e^x+2}\right)dx = \frac{1}{2}\left(x\Big\|_0^1 - \ln(e^x+2)\Big\|_0^1\right) =$ $= \frac{1}{2}\left(1 - \ln\frac{e+2}{3}\right) = \frac{1}{2}\ln\frac{3e}{e+2}$	**3p** **2p**