Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 7

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $3\cdot(2{,}9-1{,}7)+0{,}4=4$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$. Determinați numărul real m pentru care $f(0)+f(m)=0$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{3x+6}=6$.

5p **4.** Prețul unui obiect este de 500 de lei. Determinați prețul obiectului după o scumpire cu 30%.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(0,4)$, $N(2,8)$ și $P(4,0)$. Determinați distanța dintre mijlocul segmentului MP și punctul N.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $BC=10$ și $2BC=5AB$. Arătați că $AC=2\sqrt{21}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}x & x-1\\ x+1 & x+1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=2$.

5p **b)** Arătați că $2A(1)+A(7)=3A(3)$.

5p **c)** Determinați numerele reale x și y pentru care $(A(x)-(2x+1)I_2)\cdot A(2)=yI_2$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=x+y-xy+1$.

5p **a)** Arătați că $2*3=0$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $x*5=10$.

5p **c)** Determinați numerele naturale nenule n pentru care numărul $N=\frac{3}{n}*(3+n)$ este natural.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{3}{x}-1+3\ln x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{3(x-1)}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=0$.

5p **c)** Demonstrați că $\ln x\geq 1-\frac{1}{x}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x+3-6\sqrt{x}$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^2\left(f(x)-3+6\sqrt{x}\right)dx=6$.

5p **b)** Arătați că $\int_1^4\frac{4x-f(x)}{\sqrt{x}}dx=12$.

5p **c)** Demonstrați că orice primitivă $G:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcției $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)\cdot\sqrt{x}$ este convexă.

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 7

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$3\cdot(2{,}9-1{,}7)+0{,}4=3\cdot1{,}2+0{,}4=$	**2p**
	$=3{,}6+0{,}4=4$	**3p**
2.	$f(0)=-1$, $f(m)=2m-1$, pentru orice număr real m	**3p**
	$-1+2m-1=0$, de unde obținem $m=1$	**2p**
3.	$3x+6=36$	**3p**
	$x=10$, care convine	**2p**
4.	$\frac{30}{100}\cdot500=150$	**3p**
	Prețul obiectului după scumpire este $500+150=650$ de lei	**2p**
5.	Mijlocul segmentului MP este punctul $Q(2,2)$	**2p**
	$QN=6$	**3p**
6.	$AB=4$	**3p**
	$AC^2=10^2-4^2=84$, de unde obținem $AC=2\sqrt{21}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(1)=\begin{pmatrix}1&0\\2&2\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(1))=\begin{vmatrix}1&0\\2&2\end{vmatrix}=1\cdot2-0\cdot2=$	**3p**
	$=2-0=2$	**2p**
b)	$A(7)=\begin{pmatrix}7&6\\8&8\end{pmatrix}$, $2A(1)+A(7)=\begin{pmatrix}9&6\\12&12\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=3\begin{pmatrix}3&2\\4&4\end{pmatrix}=3A(3)$	**2p**
c)	$A(x)-(2x+1)I_2=\begin{pmatrix}-x-1&x-1\\x+1&-x\end{pmatrix}$, $(A(x)-(2x+1)I_2)\cdot A(2)=\begin{pmatrix}x-5&2x-4\\-x+2&-2x+1\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\begin{pmatrix}x-5&2x-4\\-x+2&-2x+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}y&0\\0&y\end{pmatrix}$, de unde obținem $x=2$ și $y=-3$	**2p**
2.a)	$2*3=2+3-2\cdot3+1=$	**3p**
	$=2+3-6+1=0$	**2p**
b)	$x*5=-4x+6$, pentru orice număr real x	**3p**
	$-4x+6=10$, de unde obținem $x=-1$	**2p**
c)	$N=\frac{3}{n}*(3+n)=-\frac{6}{n}+n+1$, pentru orice număr natural nenul n	**2p**
	N și n sunt numere naturale, de unde obținem $n=2$, $n=3$ și $n=6$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=3\left(-\frac{1}{x^2}\right)+3\cdot\frac{1}{x}=$	**3p**
	$=\frac{3x-3}{x^2}=\frac{3(x-1)}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f'(x)}{x'}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3(x-1)}{x^2}=$	**3p**
	$=\lim\limits_{x\to+\infty}3\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)=0$	**2p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$; pentru orice $x\in(0,1]$, $f'(x)\le 0$, deci f este descrescătoare pe $(0,1]$ și, pentru orice $x\in[1,+\infty)$, $f'(x)\ge 0$, deci f este crescătoare pe $[1,+\infty)$	**2p**
	$f(x)\ge f(1)$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$ și, cum $f(1)=2$, obținem $f(x)\ge 2$, deci $\ln x\ge 1-\frac{1}{x}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$	**3p**
2.a)	$\int_1^2\left(f(x)-3+6\sqrt{x}\right)dx=\int_1^2 4x\,dx=2x^2\Big\|_1^2=$	**3p**
	$=8-2=6$	**2p**
b)	$\int_1^4\frac{4x-f(x)}{\sqrt{x}}dx=\int_1^4\frac{-3+6\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx=\int_1^4\left(\frac{-3}{\sqrt{x}}+6\right)dx=-6\sqrt{x}\Big\|_1^4+6x\Big\|_1^4=$	**3p**
	$=-6+18=12$	**2p**
c)	$G'(x)=g(x)$, $x\in(0,+\infty)$; $G''(x)=g'(x)=4\sqrt{x}+(4x+3)\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}-6=$	**3p**
	$=\frac{12x-12\sqrt{x}+3}{2\sqrt{x}}=\frac{3\left(2\sqrt{x}-1\right)^2}{2\sqrt{x}}\ge 0$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$, de unde rezultă că G este convexă	**2p**