Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_1 = 10$ și $a_2 = 18$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 2$. Arătați că $f(4) - f(3) - f(2) = 0$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $7^{3-x} = 7^{4x-2}$.

5p **4.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice inegalitatea $20 - 2n < 15$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $M(2,4)$ și $B(a,b)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a și b, știind că punctul M este mijlocul segmentului AB.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB = 15$ și măsura unghiului B egală cu $30°$. Arătați că $BC = 10\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ x-1 & 2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(4)) = 5$.

5p **b)** Arătați că $2A(1) + A(4) = 3A(2)$.

5p **c)** Determinați numerele reale x și y pentru care $A(-x)\cdot A(x) = A(y)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = (4-x)(4-y) + 2$.

5p **a)** Arătați că $0 * 3 = 6$.

5p **b)** Determinați numărul real x pentru care $2 * x = 2$.

5p **c)** Determinați perechile (m,n) de numere întregi pentru care $(2m)*(2n+1) = 10$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 - 1$.

5p **a)** Arătați că $f'(x) = 12x(x+1)(x-2)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $3x^4 + 5 \geq 4x^3 + 12x^2$, pentru orice $x\in(-\infty,0]$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x + 1 + xe^x$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^4 \left(f(x) - xe^x\right)dx = 12$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^1 \left(f(x) - x - 1\right)dx = 1$.

5p **c)** Se consideră funcția $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x) = \dfrac{\sqrt{f'(x)}}{f(x)}$. Arătați că volumul corpului obținut prin rotația graficului funcției g în jurul axei Ox este egal cu $\dfrac{\pi(e+1)}{e+2}$.

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$r = a_2 - a_1 = 8$, unde r este rația progresiei aritmetice	**3p**
	$a_3 = 18 + 8 = 26$	**2p**
2.	$f(4) = 6$, $f(3) = 4$, $f(2) = 2$	**3p**
	$f(4) - f(3) - f(2) = 6 - 4 - 2 = 0$	**2p**
3.	$3 - x = 4x - 2$	**3p**
	$x = 1$	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de o cifră are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea numerelor naturale de o cifră sunt 7 numere n pentru care $20 - 2n < 15$, deci sunt 7 cazuri favorabile, de unde obținem $p = \frac{7}{10}$	**3p**
5.	$\frac{1+a}{2} = 2$, $\frac{1+b}{2} = 4$	**3p**
	$a = 3$ și $b = 7$	**2p**
6.	$\cos B = \frac{AB}{BC}$, deci $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15}{BC}$	**3p**
	$BC = \frac{2 \cdot 15}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(4) = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(4)) = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 4 \cdot 2 - 1 \cdot 3 =$	**3p**
	$= 8 - 3 = 5$	**2p**
b)	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $2A(1) + A(4) = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} =$	**3p**
	$= 3\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = 3A(2)$	**2p**
c)	$A(-x) = \begin{pmatrix} -x & 1 \\ -x-1 & 2 \end{pmatrix}$, $A(-x) \cdot A(x) = \begin{pmatrix} -x^2 + x - 1 & -x + 2 \\ -x^2 + x - 2 & -x + 3 \end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\begin{pmatrix} -x^2 + x - 1 & -x + 2 \\ -x^2 + x - 2 & -x + 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y & 1 \\ y - 1 & 2 \end{pmatrix}$, de unde obținem $x = 1$ și $y = -1$	**2p**
2.a)	$0 * 3 = (4 - 0)(4 - 3) + 2 =$	**3p**
	$= 4 + 2 = 6$	**2p**
b)	$2 * x = -2x + 10$, pentru orice număr real x	**3p**
	$-2x + 10 = 2$, de unde obținem $x = 4$	**2p**

c)	$(2m)*(2n+1)=(4-2m)(3-2n)+2$	**2p**
	$(4-2m)(3-2n)=8$ și, cum m și n sunt numere întregi, obținem perechile $(-2,1)$ și $(6,2)$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=12x^3-12x^2-24x=$	**3p**
	$=12x\left(x^2-x-2\right)=12x(x+1)(x-2)$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$f(0)=-1$, $f'(0)=0$	**2p**
	Ecuația tangentei este $y-f(0)=f'(0)(x-0)$, adică $y=-1$	**3p**
c)	Pentru $x\in(-\infty,0]$, $f'(x)=0\Leftrightarrow x=-1$ sau $x=0$; pentru orice $x\in(-\infty,-1]$, $f'(x)\le 0$, deci f este descrescătoare pe $(-\infty,-1]$ și, pentru orice $x\in[-1,0]$, $f'(x)\ge 0$, deci f este crescătoare pe $[-1,0]$	**3p**
	$f(x)\ge f(-1)$, pentru orice $x\in(-\infty,0]$ și, cum $f(-1)=-6$, obținem $3x^4+5\ge 4x^3+12x^2$, pentru orice $x\in(-\infty,0]$	**2p**
2.a)	$\int_0^4\left(f(x)-xe^x\right)dx=\int_0^4(x+1)dx=\frac{x^2}{2}\Big\vert_0^4+x\Big\vert_0^4=$	**3p**
	$=8+4=12$	**2p**
b)	$\int_0^1\left(f(x)-x-1\right)dx=\int_0^1 x\left(e^x\right)'dx=xe^x\Big\vert_0^1-e^x\Big\vert_0^1=$	**3p**
	$=e-e+1=1$	**2p**
c)	$V=\pi\int_0^1\left(g(x)\right)^2dx=\pi\int_0^1\frac{f'(x)}{\left(f(x)\right)^2}dx=\pi\cdot\left(-\frac{1}{f(x)}\right)\Big\vert_0^1=$	**3p**
	$=\pi\left(-\frac{1}{e+2}+1\right)=\frac{\pi(e+1)}{e+2}$	**2p**