Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinați termenul a_2 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_1=6$ și $a_3=30$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax^2+2ax-1$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care $(f\circ f)(0)=0$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2\left(2x^2-4x+3\right)=2\log_2 x$.
5p	**4.** Se consideră mulțimea $A=\{2,4,5,6\}$. Determinați câte numere naturale pare, de trei cifre distincte, se pot forma cu cifre din mulțimea A.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,4)$ și $B(1,3)$. Determinați coordonatele punctului C pentru care $2\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{OA}$.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AC=6$ și $\operatorname{tg}C=\frac{1}{3}$. Arătați că raza cercului circumscris triunghiului ABC este egală cu $\sqrt{10}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1-2a & a & 0\\ 2a & 1-a & 0\\ 0 & 0 & 1-3a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det\left(A(1)\right)=4$.
5p	**b)** Arătați că $A(a)\cdot A(b)=A(a+b-3ab)$, pentru orice numere reale a și b.
5p	**c)** Determinați numărul real a pentru care $A(1)\cdot A(a)+A(5)=2A(4)$.
	2. Se consideră polinomul $f=mX^4-mX^2+X+1$, unde m este număr real nenul.
5p	**a)** Arătați că $f(-1)=0$, pentru orice număr real nenul m.
5p	**b)** Determinați numărul real nenul m pentru care restul împărțirii polinomului f la polinomul $g=X+2$ este egal cu 11.
5p	**c)** Determinați numărul real nenul m pentru care $x_1^3+x_2^3+x_3^3+x_4^3=1$, unde x_1, x_2, x_3 și x_4 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x+2x+1}{x+1}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{xe^x+1}{(x+1)^2}$, $x\in(-1,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că funcția f este strict crescătoare.

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=6+\frac{1}{x}+\frac{\ln^2 x}{x}$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^3\left(f(x)-\frac{\ln^2 x}{x}\right)dx=12+\ln 3$.

5p **b)** Arătați că $\int_1^e\left(f(x)-6-\frac{1}{x}\right)dx=\frac{1}{3}$.

5p **c)** Determinați numărul real m pentru care aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x)-6}{x}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=e$ este egală cu $m\left(1-\frac{2}{e}\right)$.

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2} = \frac{6+30}{2} =$	**3p**
	$= \frac{36}{2} = 18$	**2p**
2.	$f(0) = -1$, $(f \circ f)(0) = -a-1$, pentru orice număr real a	**3p**
	$-a-1=0$, de unde obținem $a=-1$	**2p**
3.	$\log_2\left(2x^2-4x+3\right) = \log_2 x^2$, de unde obținem $x^2-4x+3=0$	**2p**
	$x=1$ sau $x=3$, care convin	**3p**
4.	Cifra unităților se poate alege în 3 moduri	**2p**
	Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor se poate alege în câte 3 moduri și, pentru fiecare alegere a cifrei unităților și a cifrei zecilor, cifra sutelor se poate alege în câte 2 moduri, deci se pot forma $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ numere	**3p**
5.	$\overrightarrow{OA} = 6\vec{i} + 4\vec{j}$, $\overrightarrow{BC} = (x_C - 1)\vec{i} + (y_C - 3)\vec{j}$	**2p**
	$\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA}$, deci $(x_C-1)\vec{i} + (y_C-3)\vec{j} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$, de unde obținem $C(4,5)$	**3p**
6.	$\frac{AB}{6} = \frac{1}{3}$, de unde obținem $AB = 2$	**2p**
	$BC = 2\sqrt{10}$ și, cum $R = \frac{BC}{2}$, obținem $R = \sqrt{10}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix} =$	**2p**
	$= 0+0+0-0-0-(-4) = 4$	**3p**
b)	$A(a) \cdot A(b) = \begin{pmatrix} 1-2a-2b+4ab+2ab & b-2ab+a-ab & 0 \\ 2a-4ab+2b-2ab & 2ab+1-a-b+ab & 0 \\ 0 & 0 & 1-3a-3b+9ab \end{pmatrix} =$	**3p**
	$= \begin{pmatrix} 1-2(a+b-3ab) & a+b-3ab & 0 \\ 2(a+b-3ab) & 1-(a+b-3ab) & 0 \\ 0 & 0 & 1-3(a+b-3ab) \end{pmatrix} = A(a+b-3ab)$, pentru orice numere reale a și b	**2p**
c)	$A(1) \cdot A(a) = A(1-2a)$, $2A(4) - A(5) = A(3)$	**2p**
	$A(1-2a) = A(3)$, de unde obținem $1-2a=3$, deci $a=-1$	**3p**

2.a)	$f(-1)=m(-1)^4-m(-1)^2+(-1)+1=$	**3p**
	$=m-m-1+1=0$, pentru orice număr real nenul m	**2p**
b)	$f(-2)=12m-1$, pentru orice număr real nenul m	**3p**
	$12m-1=11$, de unde obținem $m=1$	**2p**
c)	$x_1+x_2+x_3+x_4=0$, $x_1x_2x_3+x_1x_2x_4+x_1x_3x_4+x_2x_3x_4=-\frac{1}{m}$, $x_1x_2x_3x_4=\frac{1}{m}\neq 0$, pentru orice număr real nenul m	**3p**
	$m\left(x_1^3+x_2^3+x_3^3+x_4^3\right)=m\left(x_1+x_2+x_3+x_4\right)-4-\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_4}\right)$, deci $m=-3$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{\left(e^x+2\right)(x+1)-\left(e^x+2x+1\right)\cdot 1}{(x+1)^2}=$	**3p**
	$=\frac{xe^x+e^x+2x+2-e^x-2x-1}{(x+1)^2}=\frac{xe^x+1}{(x+1)^2}$, $x\in(-1,+\infty)$	**2p**
b)	$f(0)=2$, $f'(0)=1$	**2p**
	Ecuația tangentei este $y-f(0)=f'(0)(x-0)$, adică $y=x+2$	**3p**
c)	Considerând $g:[-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=xe^x+1$, obținem $g'(x)=(x+1)e^x\geq 0$, pentru orice $x\in[-1,+\infty)$, deci g este crescătoare și, cum $g(-1)=1-\frac{1}{e}>0$, rezultă că $g(x)>0$, pentru orice $x\in(-1,+\infty)$	**3p**
	Cum $(x+1)^2>0$, pentru orice $x\in(-1,+\infty)$, obținem că $f'(x)>0$, pentru orice $x\in(-1,+\infty)$, deci f este strict crescătoare	**2p**
2.a)	$\int_1^3\left(f(x)-\frac{\ln^2 x}{x}\right)dx=\int_1^3\left(6+\frac{1}{x}\right)dx=(6x+\ln x)\Big\vert_1^3=$	**3p**
	$=18+\ln 3-6-\ln 1=12+\ln 3$	**2p**
b)	$\int_1^e\left(f(x)-6-\frac{1}{x}\right)dx=\int_1^e\frac{\ln^2 x}{x}dx=\int_1^e(\ln x)'\cdot\ln^2 x\,dx=\frac{\ln^3 x}{3}\Big\vert_1^e=$	**3p**
	$=\frac{\ln^3 e}{3}-\frac{\ln^3 1}{3}=\frac{1}{3}$	**2p**
c)	$g(x)=\frac{1}{x^2}+\frac{\ln^2 x}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)\Rightarrow\mathcal{A}=\int_1^e\lvert g(x)\rvert dx=-\frac{1}{x}\Big\vert_1^e-\int_1^e\left(\frac{1}{x}\right)'\ln^2 x\,dx=$	**2p**
	$=-\frac{1}{e}+1-\frac{1}{x}\ln^2 x\Big\vert_1^e-\frac{2}{x}(1+\ln x)\Big\vert_1^e=3-\frac{6}{e}$, deci $m\left(1-\frac{2}{e}\right)=3-\frac{6}{e}$, de unde obținem $m=3$	**3p**