

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică  $M_{tehnologic}$

Varianta 2

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $\frac{8}{3} - 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right) = 1$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 7x + 5$ . Determinați numărul real  $m$  pentru care  $f(m) = 26$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{2x-1} = 3^{5-x}$ .
- 5p 4. După o ieftinire cu 65%, un obiect costă 70 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de ieftinire.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1,3)$ ,  $B(8,6)$  și  $C$ , mijlocul segmentului  $OB$ . Determinați distanța dintre punctele  $A$  și  $C$ .
- 5p 6. Se consideră triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , cu  $AC = 6 \cdot AB$  și aria egală cu 12. Arătați că  $AB = 2$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} x & 2 \\ 2x & x+4 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det(A(1)) = 1$ .
- 5p b) Arătați că  $3A(3) - A(1) = 2A(4)$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $A(0) \cdot A(x) \cdot A(0) = 4xA(0)$ .
2. Se consideră polinomul  $f = X^3 - 4X^2 + aX - 2$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p a) Pentru  $a = 5$ , arătați că  $f(1) = 0$ .
- 5p b) Pentru  $a = 3$ , arătați că  $x_1 x_2 x_3 + 2x_1 x_2 + 2x_1 x_3 + 2x_2 x_3 = 8$ , unde  $x_1$ ,  $x_2$  și  $x_3$  sunt rădăcinile polinomului  $f$ .
- 5p c) Se consideră polinoamele  $g = X - 3$  și  $h = X + 2$ . Determinați numărul real  $a$  pentru care restul împărțirii polinomului  $f$  la  $g$  este egal cu restul împărțirii polinomului  $g$  la  $h$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+6}$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{2(x+3)(2-x)}{(x^2+6)^2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x \cdot f(x)) = 2$ .
- 5p c) Determinați numerele reale  $a$  pentru care tangenta la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = a$ , situat pe graficul funcției  $f$ , are panta egală cu 0.
2. Se consideră funcția  $f: (-4, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{4x}{\sqrt{x+4}}$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_0^2 f(x) \cdot \sqrt{x+4} dx = 8$ .

**5p** b) Arătați că  $\int_5^{12} \frac{1}{2x} \cdot f(x) dx = 4$ .

**5p** c) Se consideră  $a \in (0, +\infty)$  și funcția  $g : [a, a+8] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{f(x)}{4\sqrt{x}}$ . Determinați  $a \in (0, +\infty)$  pentru care volumul corpului obținut prin rotația graficului funcției  $g$  în jurul axei  $Ox$  este egal cu  $4\pi(2 - \ln 2)$ .

**Examenul național de bacalaureat 2026**  
**Proba E. c)**  
**Matematică *M\_tehnologic***  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 2**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	$\frac{8}{3} - 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right) = \frac{8}{3} - 2 \cdot \frac{5}{6} =$ $= \frac{8}{3} - \frac{5}{3} = 1$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>2.</b>	$f(m) = 7m + 5$ , pentru orice număr real $m$ $7m + 5 = 26$ , de unde obținem $m = 3$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>3.</b>	$2x - 1 = 5 - x$ $x = 2$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>4.</b>	$x - \frac{65}{100} \cdot x = 70$ , unde $x$ este prețul înainte de ieftinire $x = 200$ de lei	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>5.</b>	$C(4, 3)$ $AC = 3$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>6.</b>	$\frac{6 \cdot AB \cdot AB}{2} = 12$ $AB^2 = \frac{2 \cdot 12}{6} = 4$ , de unde obținem $AB = 2$	<b>3p</b> <b>2p</b>

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot 5 - 2 \cdot 2 =$ $= 5 - 4 = 1$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$A(3) = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$ , $3A(3) - A(1) = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 16 & 16 \end{pmatrix} =$ $= 2 \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 8 & 8 \end{pmatrix} = 2A(4)$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$A(0) = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ , $A(0) \cdot A(x) \cdot A(0) = (8x + 16)A(0)$ , pentru orice număr real $x$ $(8x + 16)A(0) = 4xA(0)$ , de unde obținem $8x + 16 = 4x$ , deci $x = -4$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>2.a)</b>	$f = X^3 - 4X^2 + 5X - 2 \Rightarrow f(1) = 1^3 - 4 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 - 2 =$ $= 1 - 4 + 5 - 2 = 0$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = 3$ , $x_1x_2x_3 = 2$ $x_1x_2x_3 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3 = x_1x_2x_3 + 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3) = 2 + 2 \cdot 3 = 8$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$g(-2) = -5$ , $f(3) = 3a - 11$ , pentru orice număr real $a$ $3a - 11 = -5$ , de unde obținem $a = 2$	<b>3p</b> <b>2p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<p><b>1.a)</b></p>	$f'(x) = \frac{2(x^2 + 6) - (2x + 1) \cdot 2x}{(x^2 + 6)^2} =$ $= \frac{-2x^2 - 2x + 12}{(x^2 + 6)^2} = \frac{2(x + 3)(2 - x)}{(x^2 + 6)^2}, x \in \mathbb{R}$	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<p><b>b)</b></p>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x \cdot f(x)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(2x + 1)}{x^2 + 6} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(2 + \frac{1}{x}\right)}{x^2 \left(1 + \frac{6}{x^2}\right)} =$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 + \frac{6}{x^2}} = 2$	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<p><b>c)</b></p>	<p>Tangenta la graficul funcției <math>f</math> în punctul de abscisă <math>x = a</math>, situat pe graficul funcției <math>f</math>, are panta egală cu <math>0 \Leftrightarrow f'(a) = 0</math></p> $\frac{2(a + 3)(2 - a)}{(a^2 + 6)^2} = 0 \Leftrightarrow a = -3 \text{ sau } a = 2$	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
<p><b>2.a)</b></p>	$\int_0^2 f(x) \cdot \sqrt{x + 4} dx = \int_0^2 4x dx = 2x^2 \Big _0^2 =$ $= 8 - 0 = 8$	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<p><b>b)</b></p>	$\int_5^{12} \frac{1}{2x} \cdot f(x) dx = \int_5^{12} \frac{4}{2\sqrt{x + 4}} dx = 4 \int_5^{12} \frac{(x + 4)'}{2\sqrt{x + 4}} dx = 4\sqrt{x + 4} \Big _5^{12} =$ $= 16 - 12 = 4$	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<p><b>c)</b></p>	$g(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x + 4}}, x \in [a, a + 8], \text{ deci } V = \pi \int_a^{a+8} (g(x))^2 dx = \pi \int_a^{a+8} \left(1 - \frac{4}{x + 4}\right) dx =$ $= \pi \left(x - 4 \ln(x + 4)\right) \Big _a^{a+8} = \pi \left(8 - 4 \ln \frac{a + 12}{a + 4}\right)$ $4\pi \left(2 - \ln \frac{a + 12}{a + 4}\right) = 4\pi(2 - \ln 2), \text{ de unde obținem } a = 4, \text{ care convine}$	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>