

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați termenul a_4 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, în care $a_1 = 2$ și $a_3 = 14$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + 3$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care $f(0) + (f \circ f)(0) = 0$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^x - 4 \cdot 5^{x-2} = 105$.
- 5p** 4. Determinați câte numere naturale impare, de trei cifre distincte, se pot forma cu cifre din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 9\}$.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,0)$ și $B(5,4)$ și dreapta d de ecuație $2x + ay = 0$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care mijlocul segmentului AB aparține dreptei d .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $BC = 12$ și $C = \frac{\pi}{6}$. Punctul M aparține segmentului AC astfel încât $3AM = AC$. Arătați că $BM = 4\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ -a & 1-a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(1)) = 1$.
- 5p** b) Arătați că $A(a+b) - A(a) \cdot A(b) = abA(1)$, pentru orice numere reale a și b .
- 5p** c) Determinați numerele reale a pentru care $2A(2a) - A(a) \cdot A(a) - A(1) \cdot A(2a-1) = 2A(1)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = \frac{1}{6}(x-5)(y-5) + 5$, cu elementul neutru $e = 11$.
- 5p** a) Arătați că $7 \circ 8 = 6$.
- 5p** b) Determinați numerele reale x pentru care $x \circ (6x-1) = 10$.
- 5p** c) Determinați numerele naturale n , $n \neq 5$, ale căror simetrice în raport cu legea de compoziție „ $\circ$ ” sunt numere naturale pare.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x} - 1 + 4 \ln(x+3)$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{(x-1)(4x+3)}{x^2(x+3)}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4 \ln(x+3) - f(x)}{\ln x} = 1$.
- 5p** c) Demonstrați că $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \geq 4 \ln \frac{x+3}{x^2+3}$, pentru orice $x \in (0, 1]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 + 4x)e^{-x}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^3 f(x) e^x dx = 27$.

-
- | | |
|----|---|
| 5p | b) Arătați că $\int_{-1}^0 \frac{f(x)}{x+4} dx = -1$. |
| 5p | c) Se consideră funcția $g:(0,+\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x^2)}{x^2}$. Demonstrați că orice primitivă $G:(0,+\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției g este concavă. |

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$2r = a_3 - a_1$, de unde obținem $r = 6$, unde r este rația progresiei aritmetice $a_4 = a_3 + r$, deci $a_4 = 14 + 6 = 20$	3p 2p
2.	$f(0) = 3$, $(f \circ f)(0) = f(3) = 3a + 3$, pentru orice număr real a $3 + 3a + 3 = 0$, de unde obținem $a = -2$	3p 2p
3.	$5^{x-2} \cdot 21 = 105$, de unde obținem $5^{x-2} = 5$ $x - 2 = 1$, de unde obținem $x = 3$	3p 2p
4.	Cifra unităților se poate alege în 3 moduri Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor se poate alege în câte 3 moduri și, pentru fiecare alegere a cifrei unităților și cifrei zecilor, cifra sutelor se poate alege în câte 2 moduri, deci se pot forma $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ numere	2p 3p
5.	$M(3, 2)$ este mijlocul segmentului AB $2 \cdot 3 + a \cdot 2 = 0$, de unde obținem $a = -3$	3p 2p
6.	$AB = 6$, $AC = 6\sqrt{3}$ $AM = 2\sqrt{3}$ și, cum $BM^2 = AM^2 + AB^2 = 48$, obținem $BM = 4\sqrt{3}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 - 1 \cdot (-1) = 0 + 1 = 1$	3p 2p
b)	$A(a+b) - A(a) \cdot A(b) = \begin{pmatrix} 1 & a+b \\ -a-b & 1-a-b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1-ab & b+a-ab \\ -a-b+ab & -ab+1-a-b+ab \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} ab & ab \\ -ab & 0 \end{pmatrix} = abA(1)$, pentru orice numere reale a și b	3p 2p
c)	$A(2a) - A(a) \cdot A(a) = a^2 A(1)$, $A(2a) - A(1) \cdot A(2a-1) = (2a-1)A(1)$, $2A(2a) - A(a) \cdot A(a) - A(1) \cdot A(2a-1) = (a^2 + 2a - 1)A(1)$, pentru orice număr real a $(a^2 + 2a - 1)A(1) = 2A(1)$, de unde obținem $a^2 + 2a - 1 = 2$, deci $a = -3$ sau $a = 1$	2p 3p
2.a)	$7 \circ 8 = \frac{1}{6}(7-5)(8-5) + 5 =$ $= 1 + 5 = 6$	3p 2p
b)	$x \circ (6x-1) = x^2 - 6x + 10$, pentru orice număr real x $x^2 - 6x + 10 = 10$, de unde obținem $x = 0$ sau $x = 6$	3p 2p
c)	$n \circ n' = n' \circ n = 11$, unde n' este simetricul lui n , de unde obținem $(n-5)(n'-5) = 36$ Cum n și n' sunt numere naturale, $n \neq 5$ și n' este număr par, obținem $n = 9$, $n = 17$ și $n = 41$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{-1}{x^2} + \frac{4}{x+3} =$ $= \frac{4x^2 - x - 3}{x^2(x+3)} = \frac{(x-1)(4x+3)}{x^2(x+3)}, \quad x \in (0, +\infty)$	3p
		2p
b)	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4 \ln(x+3) - f(x)}{\ln x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-\frac{1}{x} + 1}{\ln x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\left(-\frac{1}{x} + 1\right)'}{(\ln x)'} =$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x}} = 1$	3p
		2p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$; pentru orice $x \in (0, 1]$, $f'(x) \leq 0$, deci f este descrescătoare pe $(0, 1]$ Cum $x \in (0, 1] \Rightarrow x \geq x^2$, rezultă că $f(x) \leq f(x^2)$, de unde obținem $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \geq 4 \ln \frac{x+3}{x^2+3}$, pentru orice $x \in (0, 1]$	2p
		3p
2.a)	$\int_0^3 f(x) e^x dx = \int_0^3 (x^2 + 4x) dx = \left(\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big _0^3 =$ $= 9 + 18 = 27$	3p
		2p
b)	$\int_{-1}^0 \frac{f(x)}{x+4} dx = \int_{-1}^0 x e^{-x} dx = \int_{-1}^0 x (-e^{-x})' dx = -x e^{-x} \Big _{-1}^0 - \int_{-1}^0 -e^{-x} dx =$ $= -e - 1 + e = -1$	3p
		2p
c)	$G'(x) = g(x) = (x^2 + 4) e^{-x^2}$, $x \in (0, +\infty)$, deci $G''(x) = (x^2 + 4)' e^{-x^2} + (x^2 + 4) (e^{-x^2})' =$ $= 2x e^{-x^2} + (x^2 + 4) (-2x) e^{-x^2} = -2x (x^2 + 3) e^{-x^2} \leq 0$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$, deci funcția G este concavă	3p
		2p