

CONCURSUL NAȚIONAL OLIMPIADA SATELOR DIN ROMÂNIA

Etapa județeană – 21 martie 2026

Clasa a VII-a

Barem de corectare și notare

Problema 1: (25 puncte)

Determinați numerele naturale x pentru care numărul $A = \sqrt{\frac{x^2+2x+9}{x+1}}$ este număr natural.

Barem de evaluare și notare:

$$\sqrt{\frac{x^2+2x+9}{x+1}} \in \mathbb{N} \Rightarrow \frac{x^2+2x+9}{x+1} \in \mathbb{N} \dots\dots\dots 4p$$

$$\frac{x^2+2x+9}{x+1} \in \mathbb{N} \Rightarrow x+1 \mid x^2+2x+9 \dots\dots\dots 4p$$

$$\left. \begin{array}{l} x+1 \mid x^2+2x+9 \\ x+1 \mid x+1 \Rightarrow x+1 \mid x^2+x \end{array} \right\} \Rightarrow x+1 \mid x+9 \dots\dots\dots 5p$$

$$\left. \begin{array}{l} x+1 \mid x+9 \\ x+1 \mid x+1 \end{array} \right\} \Rightarrow x+1 \mid 8 \Rightarrow x+1 \in \{1,2,4,8\} \Rightarrow x \in \{0,1,3,7\} \dots\dots\dots 6p$$

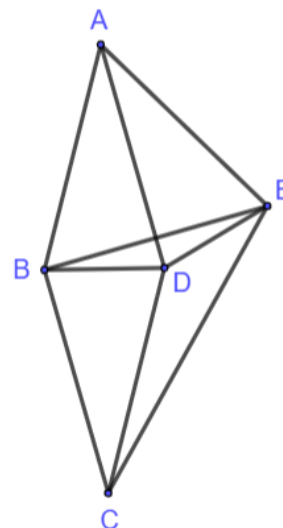
În urma verificării dacă A este natural, obținem $x \in \{0,7\} \dots\dots\dots 6p$

Problema 2: (25 puncte)

Rombul $ABCD$ are perimetrul de 48 cm și măsura unghiului BAD de 30° .

a) Arătați că aria rombului este de 72 cm^2 .

b) Știind că punctul E reprezintă simetricul punctului B față de dreapta AD , arătați că perimetrul triunghiului $\triangle CBE$ este mai mic decât 41 cm.

Barem de evaluare și notare:

a) Desen corect.2p

$$AB = \frac{48}{4} = 12 \text{ cm.2p}$$

Construim înălțimea din B în triunghiul ABD. Astfel, folosind teorema unghiului

de 30° , obținem că $d(B, AD) = 6 \text{ cm.4p}$

Aria rombului ABCD este $AD \cdot d(B, AD) = 72 \text{ cm}^2$4p

b) $\triangle AOB \equiv AOE$ (C.C) și $\triangle DOB \equiv DOE$ (C.C), unde $AD \cap BE = \{O\}$,

deci $\triangle BAE$ este echilateral și de aici $BE = 12 \text{ cm.4p}$

Cum $\angle BDE = 150^\circ$ și $\triangle BDE$ isoscel, obținem că $\angle EBC = 90^\circ$, deci $\triangle CBE$ este

dreptunghic isoscel, așadar $EC = 12\sqrt{2} \text{ cm.4p}$

Perimetrul $\triangle CBE$ este de $12 + 12 + 12\sqrt{2} \text{ cm.3p}$

$24 + 12\sqrt{2} < 41 \Leftrightarrow 12\sqrt{2} < 17 \Leftrightarrow 288 < 289$ „A”2p

Problema 3: (20 puncte)

Rezolvați în $\mathbb{R}$ următoarea ecuație:

$$\frac{1}{1 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 16} + \dots + \frac{1}{2016 \cdot 2021} + \frac{1}{2021 \cdot 2026} = \frac{405}{x+2025}$$

Barem de evaluare și notare:

$$\frac{1}{5} \left(\frac{6-1}{1 \cdot 6} + \frac{11-6}{6 \cdot 11} + \frac{16-11}{11 \cdot 16} + \dots + \frac{2021-2016}{2016 \cdot 2021} + \frac{2026-2021}{2021 \cdot 2026} \right) = \frac{405}{x+2025} \dots\dots\dots 4p$$

$$\frac{1}{5} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{2016} - \frac{1}{2021} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2026} \right) = \frac{405}{x+2025} \dots\dots\dots 4p$$

$$\frac{1}{5} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2026} \right) = \frac{405}{x+2025} \dots\dots\dots 3p$$

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{2025}{2026} = \frac{405}{x+2025} \dots\dots\dots 3p$$

$$\frac{405}{2026} = \frac{405}{x+2025} \dots\dots\dots 2p$$

$$x + 2025 = 2026 \dots\dots\dots 2p$$

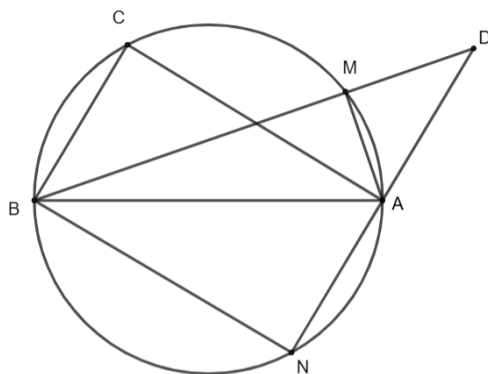
$$x = 1 \dots\dots\dots 2p$$

Problema 4: (20 puncte)

Fie paralelogramul $ABCD$ cu $AC \perp BC$. Considerăm proiecția M a punctului A pe BD și simetricul N al lui D față de A . Arătați că punctele A, M, C, B, N sunt conciclice.

Gazeta Matematică 9/2025

Barem de evaluare și notare:



Desenul corect	2p
$\angle ACB = 90^\circ \Rightarrow A, B, C$ se află pe un cerc de diametru AB	3p
Cum $AM \perp BD \Rightarrow \angle AMB = 90^\circ$ A, M, B se află pe un cerc de diametru AB	4p
Cum $BC \parallel AN$ și $BC = AN \Rightarrow ANBC$ paralelogram	5p
$ANBC$ paralelogram, $\angle ACB = 90^\circ \Rightarrow ANBC$ dreptunghi $\Rightarrow \angle ANB = 90^\circ \Rightarrow$ $\Rightarrow A, B, N$ se află pe un cerc de diametru AB	4p
Deci punctele A, M, C, B, N sunt pe un cerc cu diametrul AB , deci sunt conciclice	2p