

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică M_{șt-nat}

Simulare județeană, 16 decembrie 2025

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- (5p) 1. Se dă numărul complex $z = \frac{\sqrt{5}-1}{2} + \frac{\sqrt{5}+1}{2}i$. Calculați modulul numărului z^4 .
- (5p) 2. Fie progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ și progresia geometrică $(b_n)_{n \geq 1}$ astfel încât $a_1 = b_1 = 1$, $b_3 - a_3 = 2$ iar cele două progresii au aceeași rație pozitivă. Să se calculeze $b_4 - a_4$.
- (5p) 3. Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $4^{x+1} = 3 \cdot 4^x + 2^x + 6$.
- (5p) 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să fie divizibil cu 3.
- (5p) 5. Pătratul $ABCD$ are lungimea laturii $AB = \sqrt{2}$. Să se calculeze $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}$.
- (5p) 6. Triunghiul ABC are aria $S = 9$, $AC = 6$ și $BC = 2\sqrt{3}$. Aflați măsura unghiului C .

SUBIECTUL II

(30 puncte)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. Dacă $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $O_{3,1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, se cere:
- (5p) a) Calculați $\det A$ și $\det(A^3)$;
- (5p) b) Să se afle A^n , $n \in \mathbb{N}^*$;
- (5p) c) Să se determine matricea X , cu elemente numere reale, astfel încât $(A + I_3)X = O_{3,1}$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă dată prin
- $$x * y = \frac{(2x-1)(2y-1)+1}{2}, (\forall)x, y \in \mathbb{R}.$$
- (5p) a) Arătați că legea de compoziție admite elementul neutru $e = 1$;
- (5p) b) Determinați elementele simetrizabile din $\mathbb{R}$ în raport cu " $*$ ";
- (5p) c) Calculați $A = \frac{1}{\sqrt{1}} * \frac{1}{\sqrt{2}} * \frac{1}{\sqrt{3}} * \dots * \frac{1}{\sqrt{2026}}$.

SUBIECTUL III

(30 puncte)

1. Fie funcția $f: (-\infty, -6] \cup [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 + 6x}$.
- (5p) a) Calculați $f'(x)$;
- (5p) b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{f(x) - f(-8)}{x+8} = -\frac{5}{4}$;
- (5p) c) Determinați asimptotele oblice ale funcției.
2. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 \ln x$.
- (5p) a) Calculați $\int \frac{f(x)}{x^3} dx$;
- (5p) b) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este strict descrescătoare pe $(0,1)$;
- (5p) c) Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(1) = -\frac{10}{9}$.

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$.

Simulare județeană, 16 decembrie 2025

Barem de evaluare și notare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

1.	$ z = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2} = \sqrt{3}$ $ z^4 = z ^4 = 9$	3p 2p
2.	$b_3 = b_1 \cdot r^2 = r^2$ și $a_3 = a_1 + 2r = 1 + 2r$ $r^2 - 2r - 3 = 0 \Rightarrow r = 3$ ($r = -1$ nu convine) $b_4 - a_4 = 27 - 10 = 17$	2p 1p 2p
3.	$2^x = t \Rightarrow 4t^2 = 3t^2 + t + 6$ $t^2 - t - 6 = 0 \Rightarrow t_1 = -2$ (nu convine), $t_2 = 3$ $2^x = 3 \Rightarrow x = \log_2 3$	2p 2p 1p
4.	Numărul cazurilor posibile 900 Cazuri favorabile: $3 \cdot 34,3 \cdot 35, \dots, 3 \cdot 333 \Rightarrow$ numărul cazurilor favorabile este 300 $P = \frac{300}{900} = \frac{1}{3}$. (1p se acordă pentru formula de calcul)	1p 2p 2p
5.	$BD = 2$ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = AB \cdot BD \cdot \cos(\widehat{AB, BD}) = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot \cos 135^\circ$ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = 2\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -2$	1p 2p 2p
6.	$S = \frac{AC \cdot BC \cdot \sin C}{2}$ $\sin C = \frac{2 \cdot 9}{6 \cdot 2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $C \in \left\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right\}$	1p 2p 2p

SUBIECTUL II

(30 puncte)

1.	$\det A = 0$	3p
a)	$\det(A^3) = (\det A)^3 = 0$	2p
b)	$A^2 = 6A$ Inducție și $A^n = 6^{n-1}A$	2p 3p
c)	$A + I_3 \in M_{3,3}(\mathbb{R}), O_{3,1} \in M_{3,1}(\mathbb{R}) \Rightarrow X \in M_{3,1}(\mathbb{R}), X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$	1p

	$(A + I_3)X = O_{3,1} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ 2x + 3y + 2z = 0 \\ 3x + 3y + 4z = 0 \end{cases}$	2p
	$\det(A + I_3) = 7 \neq 0 \Rightarrow$ sistemul este de tip Cramer cu soluția unică $x = y = z = 0$ și finalizare	2p
2.	Verificare la stânga	3p
a)	Verificare la dreapta (sau invers)	2p
b)	$x \in \mathbb{R}$ este simetrizabil $\Leftrightarrow (\exists)x' \in \mathbb{R}$ astfel încât $x * x' = x' * x = 1$ $x' = \frac{x}{2x-1}$ (verificare stânga, dreapta sau folosind comutativitatea)	1p
	Mulțimea elementelor simetrizabile: $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$	2p
c)	$\frac{1}{2}$ element absorbant ($x * \frac{1}{2} = \frac{1}{2} * 2 = \frac{1}{2}, (\forall)x \in \mathbb{R}$) $" * "$ asociativă, notez $x = \frac{1}{\sqrt{1}} * \frac{1}{\sqrt{2}} * \frac{1}{\sqrt{3}}$ și $y = \frac{1}{\sqrt{5}} * \frac{1}{\sqrt{6}} * \dots * \frac{1}{\sqrt{2026}}$	2p
	$A = x * \frac{1}{2} * y = \frac{1}{2}$	1p

SUBIECTUL III

(30 puncte)

1.	$f'(x) = \frac{(x^2 + 6x)'}{2\sqrt{x^2 + 6x}}$	3p
a)	$f'(x) = \frac{x + 3}{\sqrt{x^2 + 6x}}$	2p
b)	$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{f(x) - f(-8)}{x + 8} = f'(-8)$ $f'(-8) = \frac{-8 + 3}{\sqrt{64 - 48}} = -\frac{5}{4}$	3p
	$f'(-8) = -\frac{5}{4}$	2p
c)	$(d_1): y = x + 3$ asimptotă oblică spre $+\infty$ $(d_2): y = -x - 3$ asimptotă oblică spre $-\infty$	3p
		2p
2.	$\int \frac{f(x)}{x^3} dx = \int \frac{\ln x}{x} dx$	2p
a)	$\int \frac{f(x)}{x^3} dx = \frac{1}{2} \ln^2 x + C$	3p
b)	Dacă F este o primitivă a funcției $f \Rightarrow F'(x) = f(x) = x^2 \ln x$ $x \in (0,1) \Rightarrow \ln x < 0 \Rightarrow x^2 \ln x < 0 \Rightarrow F'(x) < 0, (\forall)x \in (0,1)$ F strict descrescătoare pe $(0,1)$	2p
		2p
		1p
c)	Integrând prin părți se obține o primitivă a lui f de forma $F(x) = \frac{x^3 \ln x}{3} - \frac{x^3}{9} + c$ $F(1) = -\frac{10}{9} \Rightarrow -\frac{1}{9} + c = -\frac{10}{9} \Rightarrow c = -1$ $F(x) = \frac{x^3 \ln x}{3} - \frac{x^3}{9} - 1$	3p
		1p
		1p

Barem de evaluare și de notare

Probă scrisă la **Matematică M_{șt-nat}**.

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii