

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Simulare județeană, 16 decembrie 2025

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}; 0,5\right) \cdot \frac{12}{13} = 1$.
- 5p 2. Determinați numărul real m pentru care graficul funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - mx + 3$ conține punctul $A(2,5)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+4} = 2 + x$.
- 5p 4. Prețul unui produs este de 4000 lei. Ce preț va avea produsul dacă se va aplica o scumpire cu 10%, urmată de o ieftinire cu 10%?
- 5p 5. Să se scrie ecuația dreptei d care trece prin punctul $A(-2,1)$ și este perpendiculară pe dreapta de ecuație $d_1: 3x - y + 1 = 0$.
- 5p 6. Arătați că $\sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ + \sin^2 60^\circ = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $M(x) = \begin{pmatrix} 1 & x-1 \\ x & 2 \end{pmatrix}$, unde $x \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Arătați că $\det M(3) = -4$;
- 5p b) Arătați că $M(4) + 3M(0) = 4M(1)$;
- 5p c) Determinați numărul real x pentru care $M(x) \cdot M(0) = M(2)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție
- $$x * y = xy + x^2 + y^2 - 1$$
- 5p a) Arătați că $1 * (0 * 2) = 12$.
- 5p b) Determinați numerele reale x pentru care $x * (-x) = 3$.
- 5p c) Determinați perechile (m, n) de numere naturale pentru care $m * n = -mn$.

SUBIECTUL al III-lea

30 de puncte

1. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x+3}{x^2} + \ln x$
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x^3}, x \in (0, +\infty)$;
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f ;
- 5p c) Demonstrați că $\ln \frac{x}{3} \geq \frac{2}{3} - \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x^2 - 4x + 4)e^x$.
- 5p a) Să se calculeze $\int \frac{f(x)}{e^x} dx$.
- 5p b) Să se calculeze $\int \left(\frac{f(x)}{x^2 - 4x + 4} \cdot x \right) dx$.
- 5p c) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Simulare județeană, 16 decembrie 2025

Barem de evaluare și notare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I		(30 de puncte)
1.	$\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} : 0,5\right) \cdot \frac{12}{13} = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - 1\right) \cdot \frac{12}{13} =$ $= \left(\frac{6}{12} + \frac{4}{12} + \frac{3}{12}\right) \cdot \frac{12}{13} = \frac{13}{12} \cdot \frac{12}{13} = 1$	2p 3p
2.	$f(2) = 5 \Leftrightarrow 2^2 - 2m + 3 = 5$ $2m = 2, \text{ deci } m = 1$	3p 2p
3.	$x + 4 = (x + 2)^2 \Rightarrow x^2 + 3x = 0$ $x = -3, \text{ care nu convine sau } x = 0 \text{ care convine.}$	2p 3p
4.	Prețul după scumpire = $4000 + 10\% \cdot 4000 = 4400$ lei Prețul produsului = $4400 - 10\% \cdot 4400 = 3960$ lei	2p 3p
5.	$d_1 \perp d \Rightarrow m_{d_1} \cdot m_d = -1 \Rightarrow m_d = -\frac{1}{3}$ $A(-2,1) \in d \Rightarrow d: y - y_A = m_d(x - x_A)$ $d: y - 1 = -\frac{1}{3}(x + 2) \Rightarrow d: y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$	2p 1p 2p
6.	$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \sin^2 60^\circ = \frac{3}{4}$ $\sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ + \sin^2 60^\circ = 1.$	3p 2p
SUBIECTUL al II -lea		(30 de puncte)
1.a.	$M(3) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det M(3) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 - 2 \cdot 3 =$ $= 2 - 6 = -4.$	3p 2p
1.b.	$M(4) + 3M(0) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} =$ $= 4 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = 4M(1).$	3p 2p
1.c.	$M(x) \cdot M(0) = \begin{pmatrix} 1 & 2x - 3 \\ x & 4 - x \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2x - 3 \\ x & 4 - x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow x = 2.$	3p 2p
2.a.	$0 * 2 = 0 \cdot 2 + 0^2 + 2^2 - 1 = 3$ $1 * (0 * 2) = 1 \cdot 3 = 1 \cdot 3 + 1^2 + 3^2 - 1 = 12.$	3p 2p
2.b.	$x * (-x) = x \cdot (-x) + x^2 + (-x)^2 - 1 = -x^2 + x^2 + x^2 - 1 =$ $= x^2 - 1, \text{ pentru orice număr real } x$	2p

	$x^2 - 1 = 3 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0$, de unde obținem $x = -2$ sau $x = 2$.	3p
2.c.	$mn + m^2 + n^2 - 1 = -mn \Leftrightarrow m^2 + n^2 + 2mn = 1 \Leftrightarrow (m + n)^2 = 1$ Cum m și n sunt numere naturale, obținem $(0,1)$ și $(1,0)$.	3p 2p
SUBIECTUL al III -lea (30 de puncte)		
1.a.	$f'(x) = \frac{x^2 - (x + 3) \cdot 2x}{x^4} + \frac{1}{x} =$ $= \frac{-x - 6}{x^3} + \frac{1}{x} = \frac{x^2 - x - 6}{x^3}, x \in (0. + \infty)$	3p 2p
1.b.	$f(1) = 4; f'(1) = -6$ Ecuația tangentei este $y - f(1) = f'(1)(x - 1)$, adică $y = -6x + 10$	2p 3p
1.c.	$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 3;$ $f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in (0, 3] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(0, 3]$, $f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in [3, +\infty) \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[3, +\infty)$ Deci $f(x) \geq f(3)$ pentru orice $x \in (0. + \infty)$. $\frac{x + 3}{x^2} + \ln x \geq \frac{2}{3} + \ln 3 \Rightarrow \ln \frac{x}{3} \geq \frac{2}{3} - \frac{x + 3}{x^2}$ $\Rightarrow \ln \frac{x}{3} \geq \frac{2}{3} - \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}$, pentru orice $x \in (0. + \infty)$.	1p 2p 2p
2.a.	$\int \frac{f(x)}{e^x} dx = \int (x^2 - 4x + 4) dx =$ $= \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x + C.$	2p 3p
2.b.	$\int \left(\frac{f(x)}{x^2 - 4x + 4} \cdot x \right) dx = \int (e^x \cdot x) dx =$ $= x \cdot e^x - \int (e^x \cdot 1) dx = (x - 1) \cdot e^x + C.$	2p 3p
2.c.	Fie F o primitivă a lui f . F este funcție crescătoare pe $\mathbf{R} \Leftrightarrow F'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbf{R}$. Pentru oricare F , primitivă a lui f , avem $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbf{R} \Rightarrow$ $F'(x) = e^x(x^2 - 4x + 4) = e^x(x - 2)^2$ Din $e^x > 0, \forall x \in \mathbf{R}$ și $(x - 2)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbf{R} \Rightarrow e^x(x - 2)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbf{R}$. Deci $F'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbf{R} \Rightarrow F$ este funcție crescătoare pe $\mathbf{R}$.	3p 2p

Barem de evaluare și de notare

Probă scrisă la **Matematică M_tehnologic**

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale