

**CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
SPERANȚE OLIMPICE**

8 noiembrie 2025

Clasa a VII-a

Subiectul I (7 puncte)

1. Demonstrați că:

$$\sqrt{2024 \cdot 2025} + \sqrt{2024 \cdot 2025 + \sqrt{2024 \cdot 2025}} < 2025.$$

2. Determinați numerele naturale $\overline{xy}$ și $\overline{ab}$ știind că:

$$\sqrt{2^{\overline{xy}} - 127} = \overline{ab}.$$

Subiectul II (7 puncte)

1. Arătați că numărul $2^{2026} + 1$ nu se poate scrie ca suma a două numere prime.
2. Să se găsească numărul natural nenul n și numerele prime p și q știind că

$$\frac{p+n}{q \cdot n} \in \mathbb{N} \text{ și } \frac{q+n}{p \cdot n} \in \mathbb{N}.$$

Subiectul III (7 puncte)

1. Se dau 12 segmente cu lungimile lor cuprinse între 1 cm și 144 cm. Demonstrați că putem construi un triunghi cu trei dintre acestea.
2. Fie triunghiul ABC , cu $\sphericalangle A < 60^\circ$ și $AB = AC$. Fie M mijlocul laturii AB . Construim înălțimea $BD, D \in AC$ și luăm punctul E pe semidreapta DM astfel încât $DE = DC$. Demonstrați că unghiul $\sphericalangle BEC$ este drept.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii

Timp de lucru: 120 minute

Timp de acomodare subiect: 30 minute

Fiecare subiect este punctat de la 1 punct -7 puncte