

**CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
SPERANȚE OLIMPICE**

8 noiembrie 2025

Clasa a V-a

Subiectul I (7 puncte)

- a) Determinați numerele naturale $\overline{abc}$ pentru care
$$\overline{ab} + \overline{ba} + a + b = 47 + 2^c.$$
- b) Arătați că nu există numere naturale care împărțite la 6 dau restul 4 și împărțite la 9 dau restul 3.

Subiectul II (7 puncte)

- a) Arătați că $36^2 + 3^6$ este pătrat perfect.
- b) Demonstrați că ecuația $a^4 + b^3 = c^2$ are o infinitate de soluții în mulțimea numerelor naturale.

Subiectul III (7 puncte)

- a) Bunicul are 7 nepoți: Andrei, Bogdan, Costin, Dan, Emil, Florin și Gabriel. Vârsta bunicului este de 74 de ani și este egală cu suma vârstelor nepoților săi. Vârstele lui Andrei, Bogdan, Costin, Dan, Emil și Florin sunt numere pare consecutive, iar Gabriel are un frate geamăn. Câți ani are Gabriel și cum se numește fratele său geamăn?
- b) Demonstrați că, pentru orice număr natural n , numărul $2024^n + n^{2024} + 2$ nu este pătrat perfect.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii

Timp de lucru: 120 minute

Timp de acomodare subiect: 30 minute

Fiecare subiect este punctat de la 1 punct -7 puncte