



EXAMENUL DE BACALAUREAT
MATEMATICĂ M_TEHN,
Clasa a XII-a

Test de etapă

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

Subiectul I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $(2 - 0,25) : (1 + 0,75) = 1$.
- 5p 2. Fie funcția $f: R \rightarrow R, f(x) = 5x - 1$. Determinați numărul real m pentru care $f(2m) = 3m$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x + 5) = 3$.
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea $\{1, 2, 3, \dots, 20\}$ acesta să fie număr prim.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2, 3)$ și $B(0, -2)$ și $C(-2, -1)$. Calculați lungimea medianei din vârful B al triunghiului ABC .
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AB = 4$ și $AC = 4\sqrt{3}$. Calculați $\cos B$.

Subiectul II

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(m) = \begin{pmatrix} 2m & 2m - 1 \\ 2m - 1 & 2m \end{pmatrix}$, unde m este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = 3$.
- 5p b) Determinați numărul real m pentru care matricea $\det(A(m)) = 3$.
- 5p c) Determinați matricea $X \in M_2(R)$, știind că $X \cdot A(1) = A(2)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4$.
- 5p a) Arătați că $4 * 3 = 4$.
- 5p b) Demonstrați că legea de compoziție $*$ este asociativă.
- 5p c) Determinați numărul real x pentru care $x * x * x = 5$.

Subiectul III

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow R, f(x) = x^2 - 8\ln x + 1$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{2(x-2)(x+2)}{x}$, pentru orice $x \in (0, \infty)$.
- 5p b) Determinați intervalele de monotonie ale funcției f .
- 5p c) Demonstrați că funcția f este convexă pe intervalul $(0, \infty)$.
2. Se consideră funcția $f: R \rightarrow R, f(x) = 3x^2 + 2x + 5$.
- 5p a) Determinați primitivele funcției f .
- 5p b) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe R .
- 5p c) Determinați o primitivă $G: R \rightarrow R$ a funcției $g: R \rightarrow R, g(x) = \frac{1}{f(x) - 2(x+1)}$, pentru care $G(0) = 0$.



**EXAMENUL DE BACALAUREAT
MATEMATICĂ M_TEHN,
Clasa a XII-a
BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE**

Test de etapă

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

SUBIECTUL I

1.	$2 - 0,25 = 1,75$ și $1 + 0,75 = 1,75$ $(2 - 0,25) : (1 + 0,75) = 1,75 : 1,75 = 1$	3p 2p
2.	$f: R \rightarrow R, f(x) = 5x - 1, f(2m) = 5 \cdot 2m - 1 = 10m - 1$ $f(2m) = 3m, \quad 10m - 1 = 3m, \quad m = \frac{1}{7}$	2p 3p
3.	$\log_2(x + 5) = 3, \log_2(x + 5) = \log_2 2^3, x + 5 = 8$ $x = 3$ care convine	3p 2p
4.	20 cazuri posibile și 8 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$	2p 3p
5.	M este mijlocul laturii $AC, M(0,1)$ $BM = \sqrt{(0 - 0)^2 + (1 + 2)^2} = \sqrt{9} = 3$	2p 3p
6.	$AB^2 + AC^2 = BC^2, 4^2 + (4\sqrt{3})^2 = BC^2, BC = 8$ $\cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

1.a)	$\det(A(1)) = \begin{vmatrix} 2 & 2-1 \\ 2-1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$ $= 2 \cdot 2 - 1 \cdot 1 = 4 - 1 = 3$	3p 2p
b)	$\det(A(m)) = 2m \cdot 2m - (2m - 1) \cdot (2m - 1) = (2m)^2 - (2m - 1)^2$ $\det(A(m)) = 4m - 1 \Rightarrow 4m - 1 = 3, m = 1$	3p 2p
c)	$X \cdot A(1) = A(2), X = A(2) \cdot A^{-1}(1), A^{-1}(1) = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix},$ $A(2) = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$	3p 2p
2.a)	$x * y = (x - 4)(y - 4) + 4, 4 * 3 = (4 - 4)(3 - 4) + 4 =$ $= 0 \cdot (-1) + 4 = 0 + 4 = 4$	2p 3p
b)	$(x * y) * z = [(x - 4)(y - 4) + 4] * z = (x - 4)(y - 4)(z - 4) + 4$ $x * (y * z) = x * [(y - 4)(z - 4) + 4] = (x - 4)(y - 4)(z - 4) + 4$ $(x * y) * z = x * (y * z)$ pentru orice $x, y, z \in R$, adică legea de compoziție " $*$ " este	2p 2p 1p

	asociativă	
c)	$x * x * x = 5, x * x * x = (x - 4)^3 + 4$ $(x - 4)^3 + 4 = 5, (x - 4)^3 = 1 \Rightarrow x - 4 = 1 \Rightarrow x = 5$ soluția reală	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

1.a)	$f'(x) = 2x - 8 \cdot \frac{1}{x} = 2x - \frac{8}{x} =$ $= \frac{2x^2 - 8}{x} = \frac{2(x^2 - 4)}{x} = \frac{2(x - 2)(x + 2)}{x}$	2p 3p
b)	$f: (0, \infty) \rightarrow R, f'(x) = 0 \Rightarrow x = 2$ care convine $f'(x) \leq 0$ pentru orice $x \in (0, 2] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(0, 2]$ $f'(x) \geq 0$ pentru orice $x \in [2, \infty) \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[2, \infty)$	2p 3p
c)	$f'(x) = \frac{2x^2 - 8}{x}, f''(x) = \frac{4x \cdot x - (2x^2 - 8) \cdot 1}{x^2} = \frac{2x^2 + 8}{x^2}$ $f''(x) > 0 \Rightarrow f$ este convexă pe intervalul $(0, \infty)$.	2p 3p
2.a)	$\int f(x) dx = \int (3x^2 + 2x + 5) dx = 3 \int x^2 dx + 2 \int x dx + 5 \int 1 dx =$ $= 3 \cdot \frac{x^3}{3} + 2 \cdot \frac{x^2}{2} + 5 \cdot x = x^3 + x^2 + 5x + c, \text{ unde } c \in R.$	2p 3p
b)	$F: R \rightarrow R, F$ este primitiva lui $f, F'(x) = f(x) = 3x^2 + 2x + 5 > 0$, pentru orice $x \in R$ ($a = 3 > 0, \Delta < 0$) $\Rightarrow F$ este crescătoare pe R	3p 2p
c)	$g(x) = \frac{1}{f(x) - 2(x + 1)} = \frac{1}{3x^2 + 3} = \frac{1}{3(x^2 + 1)}$ O primitivă G a funcției g este de forma $G(x) = \frac{1}{3} \cdot \arctg x + c$, unde $c \in R$ $G(0) = c \Rightarrow c = 0 \Rightarrow G(x) = \frac{1}{3} \cdot \arctg x$.	1p 2p 2p