

**EXAMENUL DE BACALAUREAT
MATEMATICĂ M_PEDAG,
Clasa a XII-a**

Test de etapă

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

1. Să se calculeze $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$.
2. Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $\sqrt{x+2} = 4$.
3. Să se calculeze $x_1^2 + x_2^2$, unde x_1, x_2 sunt rădăcinile ecuației $x^2 + 5x - 3 = 0$.
4. Să se determine probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea $A = \{\sqrt{1}; \sqrt{2}; \sqrt{3}; \dots \sqrt{50}\}$, acesta să fie număr natural.
5. Să se determine coordonatele punctului M dacă $AM = MB$ iar $A(2,1)$ și $B(3,4)$.
6. Să se determine aria unui ΔABC dacă suma laturilor sale este de 15 cm iar $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

Pe $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție $\star$ astfel $x \star y = xy + 3x + 3y + 6$.

1. Să se calculeze $0 \star 2025$.
2. Să se arate că $x \star y = (x+3)(y+3) - 3, \forall x, y \in \mathbb{R}$.
3. Să se determine elementul neutru al legii.
4. Să se determine simetricul lui 5 în raport cu legea dată.
5. Să se calculeze $(-2025) \star (-2024) \star \dots \star 2024 \star 2025$.
6. Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $x \star (x+1) = 3$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

Fie matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R}$.

1. Să se calculeze $\det A$.
2. Să se determine $x, x \in \mathbb{R}$ astfel încât $A + B(x) = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$
3. Să se determine calculeze $A \cdot B(1) - B(1) \cdot A$.
4. Să se calculeze $A + A^2 + A^3$.
5. Să se determine matricea X astfel încât $A \cdot X = B(1)$.
6. Să se calculeze $B(1) + B(2) + \dots + B(2025)$.

**EXAMENUL DE BACALAUREAT
MATEMATICĂ M_PEDAG,
Clasa a XII-a
Test de etapă
BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE**

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

$$1. \quad \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2-3} + \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2-3} = \quad 2p$$

$$= \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}}{-1} = \frac{2\sqrt{2}}{-1} = -2\sqrt{2} \quad 3p$$

$$2. \quad \sqrt{x+2} = 4 \uparrow^2 \quad \underline{\text{CE}} \quad x+2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2 \quad 2p$$

$$x+2 = 16 \Rightarrow x = 14 \geq -2 \Rightarrow S = \{14\} \quad 3p$$

$$3. \quad \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -5 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -3 \end{cases} \quad 2p$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = (-5)^2 - 2 \cdot (-3) = 25 + 6 = 31 \quad 3p$$

4. Cazuri posibile – 50

Cazuri favorabile – 7 2p

$$P = \frac{\text{număr cazuri favorabile}}{\text{număr cazuri posibile}} = \frac{7}{50} \quad 3p$$

$$5. \quad AM = MB \Rightarrow x_M = \frac{x_A + x_B}{2}, y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \quad 3p$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right) \quad 2p$$

6. $\triangle ABC$ – echilateral, $l = 5$ cm 2p

$$A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4} = \frac{5^2\sqrt{3}}{4} = \frac{25\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2 \quad 3p$$

SUBIECTUL II

$$1. \quad 0 \star 2025 = 0 \cdot 2025 + 3 \cdot 0 + 3 \cdot 2025 + 6 = \quad 3p$$

$$= 6075 + 6 = 6081 \quad 2p$$

$$2. \quad x \star y = (x+3)(y+3) - 3 = xy + 3x + 3y + 9 - 3 = \quad 3p$$

$$= xy + 3x + 3y + 6 \quad 2p$$

$$3. \quad (\exists! e \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R} \text{ a.î. } x \star e = e \star x = x) \quad 2p$$

- $$x \star e = x \Rightarrow e = -2 \quad 3p$$
4. $x \star 5 = 5 \star x = -2 \quad 2p$
- $$x = -\frac{23}{8} \quad 3p$$
5. $x \star (-3) = (-3) \star y = -3 \quad 2p$
- $$(-2025) \star (-2024) \star \dots \star (-3) \star \dots \star 2024 \star 2025 = -3 \quad 3p$$
6. $(x+3)(x+1+3) - 3 = 3 \quad 2p$
- $$x^2 + 7x + 6 = 0, x_1 = -1, x_2 = -6 \quad 3p$$

SUBIECTUL III

1. $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 4 + 6 \quad 3p$
- $$= 10 \quad 2p$$
2. $B(x) = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \quad 2p$
- $$= \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow x = 4 \quad 3p$$
3. $AB(1) = \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 11 & 15 \end{pmatrix}, B(1)A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 11 & 8 \end{pmatrix} \quad 3p$
- $$AB(1) - B(1)A = \begin{pmatrix} -7 & -7 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} \quad 2p$$
4. $A^2 = \begin{pmatrix} -5 & -10 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}, A^3 = \begin{pmatrix} -35 & -30 \\ 45 & 10 \end{pmatrix} \quad 3p$
- $$A + A^2 + A^3 = \begin{pmatrix} -39 & -42 \\ 63 & 24 \end{pmatrix} \quad 2p$$
5. $B(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad 2p$
- $$\Rightarrow \begin{cases} a - 2c = 1 \\ 3a + 4c = 2 \end{cases} \quad \begin{matrix} a = \frac{4}{5} \\ c = -\frac{1}{10} \end{matrix} \quad 3p$$
- $$\begin{cases} b - 2d = 1 \\ 3b + 4d = 3 \end{cases} \quad \begin{matrix} b = 1 \\ d = 0 \end{matrix}$$
6. $\begin{pmatrix} 1 + 2 + \dots + 2025 & 1 \cdot 2025 \\ 2 \cdot 2025 & 3 \cdot 2025 \end{pmatrix} = \quad 3p$
- $$= 2025 \begin{pmatrix} 1013 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad 2p$$